

# 对口升学考试考前实战冲刺试卷·数学

对口升学考试备考丛书编写委员会 编

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

## 前 言

普通高校对口招收中等职业学校毕业生考试已经进行十余年，但是针对于参加这类考试的考生的服务体系和复习资料的提供相对薄弱。为了帮助参加普通高校对口招收中等职业学校毕业生考试的广大考生全面、系统、快速、高效地复习备考，我们邀请了一批资深教研员及国家级重点职业学校的具有丰富对口高考复习教学工作的一线教师，参加过对口高考命题、阅卷或新考纲制订的骨干教师，长期进行职业教育研究的科研人员，以及多年来从事教学工作和对口高考复习指导经验丰富的教师，在学习研究考纲和结合平时教学经验的基础上，共同参与认真研讨，并严格按照《普通高校对口招收中等职业学校毕业生考试纲要》要求，精心编写了对口升学模拟试卷丛书，供参加普通高校对口招收中等职业学校毕业生考试的考生复习备考之用。

本丛书具有如下特点：

**编委阵容强大：**作者均系资深教研人员和国家级中职改革发展示范校建设学校及国家级重点中等职业学校的一线骨干教师，具有丰富的对口高考复习教学经验，并常年研究对口高考命题方向。

**编写体系成熟：**严格按照最新对口高考大纲进行编写，分析了近几年的对口高考试卷，并且根据新的考试动向进行对口高考试题预测。为提高本套丛书质量，特聘请资深专家严格把关。

**编写内容齐全：**内容涵盖了最新普通高校招收中等职业学校毕业生考试大纲中要求掌握的全部内容，且题目新颖，具有很强的导向性。

本套丛书集权威性、科学性、实用性和前瞻性于一体，是考试说明的权威解读，为一线名师心血的结晶，是参加考试的考生复习备考时的必备指导用书。

由于编写时间短促、水平有限，在编写过程中，难免有不妥之处，恳请同行专家不吝指正，并欢迎工作在教育第一线的广大老师和参加复习迎考的学生在使用本套丛书试题过程中，提出宝贵意见，并将此综合信息反馈到电子工业出版社供参加考试的学校师生参考（邮箱：luomn@phei.com.cn），以使本书不断完善。

编 者

内 容 简 介

本书是《普通高校对口招收中等职业学校毕业生考试备考丛书》的《对口升学考试考前实战冲刺试卷·数学》分册，本书根据《河北省对口升学数学考试大纲》和指定规划教材进行编写，全书共包括 15 套冲刺试卷，内容涵盖了近年来河北省对口升学试卷的基本题型和重点。本书旨在提高学生的应试能力，使学生通过考前预演，把握对口升学试卷的命题规律和知识点的分布，既巩固基础，又综合提升，试题题量适中，提高解题技巧，针对性强。

本书适合中等职业学校学生使用，更是参加对口升学考试的学生不可多得的复习用书。

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。  
版权所有，侵权必究。

图书在版编目（CIP）数据

对口升学考试考前实战冲刺试卷. 数学 / 对口升学考试备考丛书编写委员会编. —北京：电子工业出版社，2016.11

（普通高校对口招收中等职业学校毕业生考试备考丛书）

ISBN 978-7-121-30346-3

对... 对... 数学课 - 中等专业学校 - 习题集 - 升学参考资料 G718.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2016）第 273097 号

策划编辑：柴 灿  
责任编辑：郝黎明  
印 刷：  
装 订：  
出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本：787×1 092 1/8 印张：10 字数：332 千字  
版 次：2016 年 11 月第 1 版  
印 次：2016 年 11 月第 1 次印刷  
定 价：32.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888，88258888。  
质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。  
本书咨询联系方式：（010）88254617，luomn@phei.com.cn。

目 录

普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（一）	1
普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（二）	5
普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（三）	9
普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（四）	13
普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（五）	17
普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（六）	21
普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（七）	25
普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（八）	29
普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（九）	33
普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（十）	37
普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（十一）	41
普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（十二）	45
普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（十三）	49
普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（十四）	53
普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（十五）	57
参考答案	61

编 委 会

主 审：	丁志强	孙玉峰		
主 任 委 员：	刘志欣	郭建成	张剑锋	刘晨光
副 主 任 委 员：	王艳妙	姚会敏	杨轶宏	武占肖
本 书 主 编：	江 冰	姚会敏	武占肖	梁春明
	杨亚辉	杨轶宏	王江辉	郑拴彩
	梁彦霞	王丽君	张春风	刘志欣
本 书 编 委：	高 翔	苑晓明	巴晓然	马晓云
	赵 帆	张存格	李建鹏	孙丽艳
	李彩卓	张玉景	南 峰	勒珍果
	岳彦丽	顾彦芳	刘俊杰	殷红红
	张吉红	张雪贞	耿陶然	

# 普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（一）

## 数 学

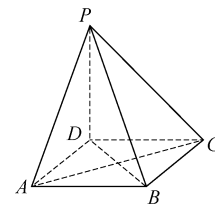
（试卷总分 120 分 考试时间 120 分钟）

一、选择题（本大题共 15 小题，每小题 3 分，共 45 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

- 集合  $A = \{1, 2, x\}$ ，集合  $B = \{2, 4, 5\}$ ，若  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，则  $x =$ （ ）。  
A. 1 B. 3  
C. 4 D. 5
- 下列结论中，正确的是（ ）。  
A. 若  $x > y$ ，则  $\sqrt{x} > \sqrt{y}$   
B. 若直线与平面平行，则这条直线与平面内的任意一条直线平行  
C. 若  $x \in (0, \pi)$ ，则  $\sin x > \cos x$   
D. 若  $a > b > 0$ ，则  $\ln \frac{a}{b} > 0$
- 设点  $P(x, y)$ ，则“ $x = 2$ 且 $y = -1$ ”是“点  $P$  在直线  $l: x + y - 1 = 0$  上”的（ ）。  
A. 必要而不充分条件  
B. 充分必要条件  
C. 充分而不必要条件  
D. 既不充分也不必要条件
- 下列函数中，既是偶函数，又在区间  $(-\infty, 0)$  上是减函数的是（ ）。  
A.  $f(x) = x^3 + x$  B.  $f(x) = |x| + 1$   
C.  $f(x) = -x^2 + 1$  D.  $f(x) = 2^x - 1$
- 要得到  $y = 3\sin 2x$  的图像只需将  $y = 3\sin(2x + \frac{\pi}{4})$  的图像（ ）。  
A. 向左平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位 B. 向右平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位  
C. 向右平移  $\frac{\pi}{8}$  个单位 D. 向左平移  $\frac{\pi}{8}$  个单位
- 已知向量  $\vec{a} = (2, 3)$ ， $\vec{b} = (-1, 2)$ ，若  $m\vec{a} + \vec{b}$  与  $\vec{a} - 2\vec{b}$  平行，则  $m$  等于（ ）。  
A. -2 B. 2

C.  $\frac{1}{2}$  D.  $-\frac{1}{2}$

- 函数  $y = \sqrt{2} \sin(2x - \pi) \cos[2(x + \pi)]$  是（ ）。  
A. 周期为  $\frac{\pi}{4}$  的奇函数 B. 周期为  $\frac{\pi}{4}$  的偶函数  
C. 周期为  $\frac{\pi}{2}$  的奇函数 D. 周期为  $\frac{\pi}{2}$  的偶函数
- 等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，若  $a_3 + a_{17} = 10$ ，则  $S_{19} =$ （ ）。  
A. 55 B. 95  
C. 100 D. 190
- 已知  $-9, a_1, a_2, -1$  四个实数成等差数列， $-9, b_1, b_2, b_3, b_4 - 1$  五个实数成等比数列，则  $b_2(a_2 - a_1)$  的值等于（ ）。  
A. -8 B. 8  
C.  $-\frac{9}{8}$  D.  $\frac{9}{8}$
- 下列函数中，与函数  $y = x$  是同一函数的是（ ）。  
A.  $y = \frac{x^2}{x}$  B.  $y = \lg 10^x$   
C.  $y = \sqrt{x^2}$  D.  $y = (\sqrt{x})^2$
- 双曲线  $\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的两条渐近线互相垂直，那么它的离心率为（ ）。  
A.  $\sqrt{2}$  B.  $\sqrt{3}$   
C. 2 D.  $\frac{3}{2}$
- 有 4 名教师和 3 名学生，从中选出 2 名教师、1 名学生组成一个研究小组，则不同的选法有（ ）种。  
A. 18 B. 20  
C. 25 D. 30
- 二项式  $\left(3x^2 - \frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ) 展开式中含有常数项，则  $n$  的最小取值是（ ）。  
A. 5 B. 6  
C. 7 D. 8
- 点  $M(-2, 3)$  关于原点的对称点为（ ）。  
A.  $(-2, -3)$  B.  $(2, 3)$   
C.  $(-2, 3)$  D.  $(2, -3)$
- 如图， $PD$  垂直于正方形  $ABCD$  所在的平面，连接  $PB, PC, PA, AC, BD$ ，则一定互相垂直的平面有（ ）。  
A. 8 对 B. 7 对  
C. 6 对 D. 5 对



二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分）

16. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & (x > 0) \\ 3^x, & (x \leq 0) \end{cases}$ ，则  $f[f(1)] =$ \_\_\_\_\_.

17. 函数  $f(x) = \frac{\ln(x+2)}{\sqrt{3-x^2}}$  的定义域为\_\_\_\_\_.

18. 计算  $\lg 4 + \lg 25 - \sin \frac{3\pi}{2} + 0.5^{-2} - C_{2016}^{2015} =$ \_\_\_\_\_.

19. 若  $\log_{\frac{1}{2}} x > 1$ ，则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

20. 设  $f(x) = 7 - a \cos x$ ，且  $f(\frac{\pi}{5}) = -3$ ，则  $f(-\frac{\pi}{5}) =$ \_\_\_\_\_.

21. 已知等差数列  $\{a_n\}$  中， $a_2 + a_4 = 6$ ，则  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 =$ \_\_\_\_\_.

22. 经过点  $C(2, -3)$ ，且平行于过点  $M(1, 2)$  和  $N(-1, 5)$  的直线的方程是\_\_\_\_\_.

23. 若  $a = 6^{0.7}$ ， $b = 0.7^6$ ， $c = \log_{0.7} 6$ ，则  $a, b, c$  由小到大的顺序是\_\_\_\_\_.

24. 已知  $\vec{a} = (x, 3)$ ， $\vec{b} = (3, 1)$ ，且  $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，则  $x =$ \_\_\_\_\_.

25. 已知  $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ ， $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ ，则  $\sin \frac{\alpha}{2} =$ \_\_\_\_\_.

26. 已知向量  $\vec{a} = (0, \sqrt{2})$ ， $\vec{b} = (1, -1)$ ，则  $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle =$ \_\_\_\_\_.

27. 在正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中，平面  $A_1B_1C_1D_1$  与平面  $ABCD$  所成角的大小为\_\_\_\_\_.

28. 在  $\triangle ABC$  中，若  $\angle B = 45^\circ$ ， $\angle C = 75^\circ$ ， $b = 12$ ，则  $a =$ \_\_\_\_\_.

29. 正三棱柱的高为 6，底面边长为 4，则它的表面积为\_\_\_\_\_.

30. 5 人站成一排照相，其中甲、乙二人必须相邻，则不同的排法种数为\_\_\_\_\_.

三、解答题（本大题共 7 小题，共 45 分. 要写出必要的文字说明、证明过程和验算步骤）

31. (6 分) 设全集是实数集  $\mathbf{R}$ ， $A = \{x | 2x^2 - 7x + 3 \leq 0\}$ ， $B = \{x | x^2 + a < 0\}$ .

(1) 当  $a = -4$  时，求  $A \cap B$  和  $A \cup B$ ；

(2) 若  $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = B$ ，求实数  $a$  的取值范围.

32. (6 分) 等比数列  $\{a_n\}$  中，已知  $a_1 = 2$ ， $a_4 = 16$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式；

(2) 若  $a_3, a_5$  分别为等差数列  $\{b_n\}$  的第 3 项和第 5 项，试求数列  $\{b_n\}$  的通项公式及前  $n$  项和  $S_n$ .

33. (6 分) 经市场调查，某种商品在 120 天内的日销售量和售价均为时间  $t$  (天) 的函数，日销售量与时间的关系用图 1 的一条折线表示，售价与时间的关系用图 2 的一条折线表示.

(1) 写出图 1 表示的日销售量  $Q$  (千克) 与时间  $t$  (天) 的函数关系式  $Q = g(t)$ ；

(2) 写出图 2 表示的售价  $P$  (元/千克) 与时间  $t$  (天) 的函数关系式  $P = f(t)$ ；

(3) 求日销售额  $y$  (元) 与时间  $t$  的函数关系式，并求出日销售额最高时是哪一天？最高的销售额是多少？（注：日销售额 = 日销售量  $\times$  售价）

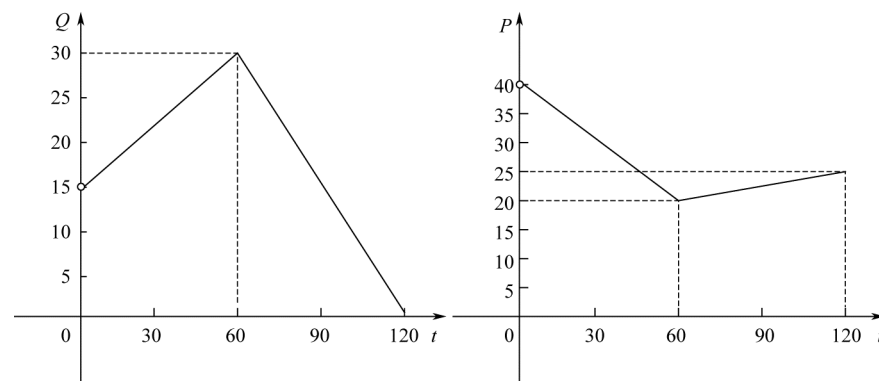


图 1

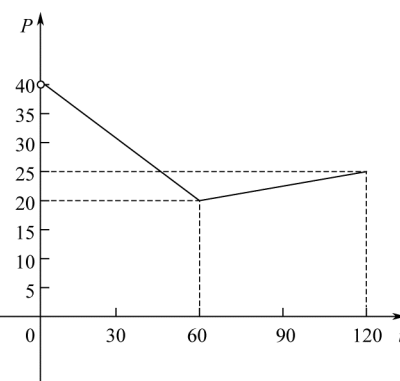


图 2

34. (6 分) 已知  $\vec{a} = (\sin x, \sqrt{3} \cos x)$ ,  $\vec{b} = (\cos x, \cos x)$ ,  $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$ .

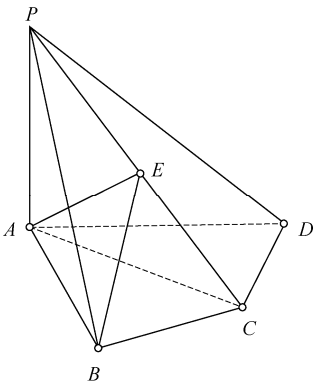
- (1) 若  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , 求  $x$  的解集;  
(2) 求  $f(x)$  的周期及增区间.

35. (7 分) 已知椭圆  $C$  的对称轴为坐标轴, 短轴长与圆  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$  的直径相等, 离心率为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

(1) 求椭圆  $C$  的方程;

(2) 设椭圆  $C$  的焦点在  $y$  轴上, 斜率为 1 的直线  $l$  与  $C$  交于  $A, B$  两点, 且  $|AB| = \frac{16\sqrt{2}}{5}$ , 求直线  $l$  的方程.

36. (8分) 如图, 四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PA \perp$  底面  $ABCD$ ,  $AB \perp CD$ ,  $AC \perp CD$ ,  $\angle ABC=60^\circ$ ,  $PA=AB=BC$ ,  $E$  是  $PC$  的中点.
- (1) 求证:  $CD \perp AE$ ;
  - (2) 求证:  $PD \perp$  面  $ABE$ ;
  - (3) 求二面角  $E-AB-C$  的平面角的正切值.



37. (6分) 某种有奖销售的饮料, 瓶盖内印有“奖励一瓶”或“谢谢购买”字样, 购买一瓶若其瓶盖内印有“奖励一瓶”字样即为中奖, 中奖概率为  $\frac{1}{6}$ . 甲、乙、丙三位同学每人购买了一瓶该饮料.
- (1) 求甲中奖且乙、丙都没有中奖的概率;
  - (2) 求中奖人数  $\xi$  的分布列及数学期望  $E(\xi)$ .

# 普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（二）

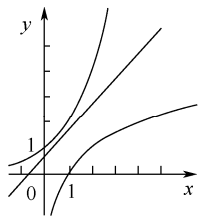
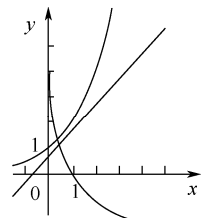
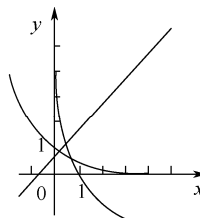
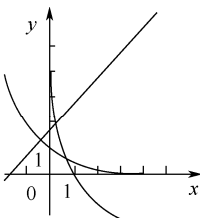
## 数 学

（试卷总分 120 分 考试时间 120 分钟）

一、选择题（本大题共 15 小题，每小题 3 分，共 45 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

- 已知集合  $A = \{x | x(x-2) = 0\}$ ，那么（ ）。
  - $2 \notin A$
  - $2 \in A$
  - $-2 \in A$
  - $0 \notin A$
- 下列命题正确的是（ ）。
  - 若  $a > b$ ，则  $ac^2 > bc^2$
  - 若  $a > -b$ ，则  $-a > b$
  - 若  $ac > bc$ ，则  $a > b$
  - 若  $a > b$ ，则  $a - c > b - c$
- “ $a > 2$  且  $b > 2$ ”是“ $a + b > 4$  且  $ab > 4$ ”的（ ）。
  - 充分非必要条件
  - 必要非充分条件
  - 充要条件
  - 既不充分也不必要条件
- 下列函数中与函数  $y = x$  相同的是（ ）。
  - $y = (\sqrt{x})^2$
  - $y = \sqrt[3]{x^3}$
  - $y = \sqrt{x^2}$
  - $y = \frac{x^2}{x}$
- 下列函数中，在区间  $(0, +\infty)$  上是增函数的是（ ）。
  - $y = (\frac{1}{2})^x$
  - $y = \frac{1}{x}$
  - $y = -3x + 2$

D.  $y = \log_2 x$

- 等差数列  $\{a_n\}$  满足  $a_2 + a_9 = a_6$ ，则  $S_9 =$ （ ）。
  - 2
  - 0
  - 1
  - 2
- 两直线  $x + (a+1)y + a = 0$  和  $2ax + 4y + 8 = 0$  平行，则  $a =$ （ ）。
  - 1
  - 2
  - 1 或 -2
  - 1 或 2
- 抛物线  $y^2 = 4x$ ，经过点  $P(3, m)$ ，则点  $P$  到抛物线焦点的距离等于（ ）。
  - $\frac{9}{4}$
  - 4
  - $\frac{13}{4}$
  - 3
- 设  $n \in \mathbf{N}^*$ ，则  $(1 + 3\sqrt{x})^8$  的展开式中第五项的二项式系数为（ ）。
  - 13608
  - 5670
  - 70
  - 56
- 已知  $a > 0$  且  $a \neq 1$ ，函数  $y = \log_a x$ ， $y = a^x$ ， $y = x + a$  在同一坐标系中的图像可能是（ ）。
  - 
  - 
  - 
  - 

11. 从写有 0,1,2,...,9 的十张卡片中，有放回地每次抽一张，连抽两次，则两张卡片数字各不相同的概率是（ ）。

- $\frac{9}{10}$
- $\frac{1}{100}$
- $\frac{1}{90}$
- 1

12. 若圆心在  $x$  轴上，半径为  $\sqrt{5}$  的圆  $O$  位于  $y$  轴左侧，且与直线  $x + 2y = 0$  相切，则圆  $O$  的方程是（ ）。

- $(x - \sqrt{5})^2 + y^2 = 5$
- $(x + \sqrt{5})^2 + y^2 = 5$
- $(x - 5)^2 + y^2 = 5$
- $(x + 5)^2 + y^2 = 5$

13. 要得到函数  $y = \cos(\frac{\pi}{3} - 2x)$  的图像，只需将函数  $y = \sin 2x$  的图像（ ）。

- 向左平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位
- 向右平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位

C. 向左平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位

D. 向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位

14. 4 名毕业生全部分配到 3 所中学任教, 每校至少有 1 名, 则不同的分配方案有 ( ).

A. 18 种

B. 36 种

C. 54 种

D. 72 种

15.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ . 若  $a, b, c$  成等比数列, 且  $c = 2a$ , 则  $\cos B =$  ( ).

A.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$

B.  $\frac{1}{4}$

C.  $\frac{3}{4}$

D.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

## 二、填空题 (本大题共 15 小题, 每小题 2 分, 共 30 分)

16. 如果函数  $y = \log_a x$  的图像过点  $(\frac{1}{9}, 2)$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

17. 若函数  $f(x) = (2k-5)x^2 + (k-2)x + 3$  是偶函数, 则当  $x \in (-1, 2]$  时,  $f(x)$  的值域是\_\_\_\_\_.

18.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(2x+1)}}$  的定义域为\_\_\_\_\_.

19. 计算  $27^{\frac{2}{3}} - 10^{\lg 4 + 2\lg 5} + C_7^6 - \cos(\frac{5\pi}{3})$  的值\_\_\_\_\_.

20. 已知  $f(x) = \begin{cases} x-5 & (x \geq 6) \\ f(x+2) & (x < 6) \end{cases}$ , 则  $f(3) =$ \_\_\_\_\_.

21. 把函数  $y = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$  先向右平移  $\frac{\pi}{2}$  个单位, 然后向下平移 2 个单位后所得的函数解析式为\_\_\_\_\_.

22. 若设平面向量  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (-2, y)$ , 若  $\vec{a} \parallel \vec{b}$ , 则  $|3\vec{a} + \vec{b}|$  等于\_\_\_\_\_.

23. 等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 31$ ,  $a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 62$ , 则通项公式是  $a_n =$ \_\_\_\_\_.

24. 三角形的内角  $\angle A, \angle B, \angle C$ , 若  $\cos A \cos B = \sin A \sin B + \frac{1}{2}$ , 则角  $C$  的大小为\_\_\_\_\_.

25. 设中心在原点的椭圆与双曲线  $2x^2 - 2y^2 = 1$  有公共的焦点, 且它们的离心率互为倒数, 则该椭圆的方程是\_\_\_\_\_.

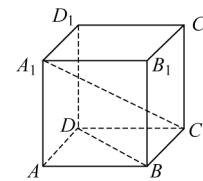
26. 已知  $\{a_n\}$  是等差数列,  $a_4 = 15$ ,  $S = 55$ , 则过点  $P(3, a_3), Q(4, a_4)$  的直线的斜率为\_\_\_\_\_.

27. 从 6 名志愿者中选出 4 名分别从事翻译、导游、导购、保洁四项不同的工作, 其中甲、乙两名志愿者不能从事翻译工作, 则不同的选排方法共有\_\_\_\_\_.

28. 在  $x^2(x-2)^7$  的展开式中  $x^3$  的系数是\_\_\_\_\_.

29. 如图, 直四棱柱  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的底面是菱形, 则  $A_1C$  与  $BD$  所成的角是\_\_\_\_\_.

30. 从 3 台甲型彩电和 2 台乙型彩电中任取 2 台, 其中两种品牌齐全的概率是\_\_\_\_\_.



## 三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 45 分. 要写出必要的文字说明、证明过程和验算步骤)

31. (6 分) 已知集合  $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 + 2(a+1)x + (a^2 - 5) = 0\}$ .

(1) 若  $A \cap B = \{2\}$ , 求实数  $a$  的值;

(2) 若  $A \cup B = A$ , 求实数  $a$  的取值范围;



32. (6 分) 设数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n = 4 - \frac{1}{4^{n-1}} (n \in \mathbf{N}^*)$ , 数列  $\{b_n\}$  为等差数列, 且  $b_1 = a_1$ ,  $a_2(b_2 - b_1) = a_1$ . 求数列  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  的通项公式.

33. (6 分) 提高过江大桥的车辆通行能力可改善整个城市的交通状况. 在一般情况下, 大桥上的车流速度  $v$  (单位: 千米/小时) 是车流密度  $x$  (单位: 辆/千米) 的函数. 当桥上的车流密度达到 200 辆/千米时, 造成堵塞, 此时车流速度为 0; 当车流密度不超过 20 辆/千米时, 车流速度为 60 千米/小时, 研究表明: 当  $20 \leq x \leq 200$  时, 车流速度  $v$  是车流密度  $x$  的一次函数.

(1) 当  $20 \leq x \leq 200$  时, 求函数  $v(x)$  的表达式;

(2) 当车流密度  $x$  为多大时, 车流量 (单位时间内通过桥上某观测点的车辆数, 单位: 辆/小时)  $f(x) = x \cdot v(x)$  可以达到最大, 并求出最大值 (精确到 1 辆/小时).

34. (6 分) 已知函数  $f(x) = 4 \cos x \sin(x + \frac{\pi}{6}) - 1$ .

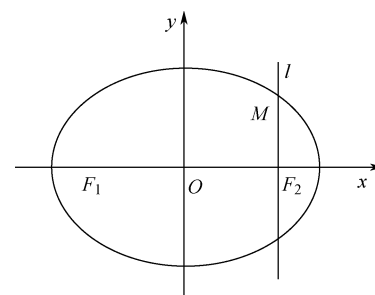
(1) 求  $f(x)$  的最小正周期;

(2) 求  $f(x)$  在区间  $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}]$  上的最大值和最小值.

35. (7 分) 如图, 在直角坐标系  $xOy$  中, 设椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左右两个焦点分别为  $F_1, F_2$ , 过右焦点  $F_2$  且与  $x$  轴垂直的直线  $l$  与椭圆  $C$  相交, 其中一个交点为  $M(\sqrt{2}, 1)$ .

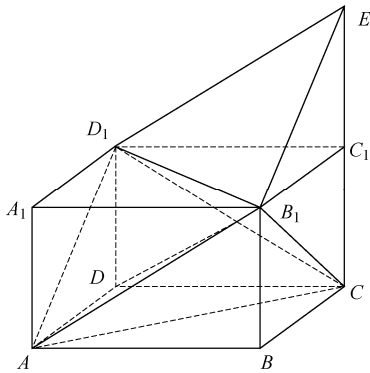
(1) 求椭圆  $C$  的方程;

(2) 若椭圆  $C$  的一个顶点为  $B(0, -b)$ , 直线  $BF_2$  交椭圆  $C$  于另一点  $N$ , 求  $\triangle F_1BN$  的面积.



36. (6 分) 如图, 在长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中, 点  $E$  在棱  $CC_1$  的延长线上, 且  $CC_1 = C_1E = BC = \frac{1}{2}AB = 1$ .

- (1) 求证:  $D_1E \parallel$  平面  $ACB_1$ ;
- (2) 求证: 平面  $D_1B_1E \perp$  平面  $DCB_1$ ;
- (3) 求四面体  $D_1B_1AC$  的体积.



37. (8 分) 某学生骑自行车上学, 从家到学校的途中有 2 个交通岗. 假设他在这两个交通岗处遇到红灯的事件是相互独立的, 并且概率都是 0.6. 计算:

- (1) 2 次都遇到红灯的概率;
- (2) 至少遇到 1 次红灯的概率;
- (3) 求遇到红灯次数  $\xi$  的分布列及数学期望  $E(\xi)$ .

# 普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（三）

## 数 学

（试卷总分 120 分 考试时间 120 分钟）

一、选择题（本大题共 15 小题，每小题 3 分，共 45 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合  $A = \{(x, y) | xy > 0\}$ ， $B = \{(x, y) | x < 0 \text{ 且 } y < 0\}$ ，那么（ ）.  
A.  $A \cup B = B$  B.  $A \cap B = \emptyset$   
C.  $A \subseteq B$  D.  $B \subseteq A$
2. 以下命题中为真命题的是（ ）.  
A. 若  $ac^2 > bv^2$ ，则  $a > b$   
B. 若  $a > b$ ， $c > d$ ，则  $ac > bd$   
C. 若  $a > b$ ，则  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$   
D. 若  $a > b$ ，则  $a^2 > b^2$
3. “ $|x| < 1$ ”是“ $x < 1$ ”的（ ）.  
A. 充分条件 B. 充要条件  
C. 既不充分也不必要条件 D. 必要条件
4. 若函数  $f(x) = -x^2 + 2(a-1)x + 2$  在区间  $(4, +\infty)$  上是减函数，那么实数  $a$  的取值范围是（ ）.  
A.  $a \geq 3$  B.  $a \leq -3$   
C.  $a \geq -3$  D.  $a \leq 3$
5. 如果 10 件产品中有两件次品，任意抽 3 件至少有 1 件次品的不同抽法总数为（ ）.  
A.  $C_2^1 \cdot C_9^2$  B.  $C_{10}^3 - C_9^3$   
C.  $C_2^1 \cdot C_8^2 + C_2^2 \cdot C_8^1$  D.  $C_2^1 \cdot C_9^2 - C_2^1 \cdot C_8^2$
6. 已知  $\sin x - \cos x = -\frac{\sqrt{5}}{2}$ ，则  $\sin x \cdot \cos x$  的值为（ ）.  
A.  $-4$  B.  $-\frac{1}{4}$   
C.  $-8$  D.  $-\frac{1}{8}$

7. 已知数列  $\{a_n\}$  中， $a_1 = 1$ ， $a_{n+1} = a_n + 2^n$ ，则  $a_6 =$ （ ）.  
A. 15 B. 31  
C. 32 D. 63
8. 在等比数列中， $a_4 = 2$ ， $a_{14} = 3$ ， $\frac{a_{20}}{a_{10}} =$ （ ）.  
A.  $\frac{2}{3}$  B.  $\frac{3}{2}$   
C.  $\frac{1}{3}$  D.  $-\frac{1}{2}$
9. 等差数列  $\{a_n\}$  中，前  $m$  项的和为 30，前  $2m$  项的和为 100，则前  $3m$  项的和为（ ）.  
A. 130 B. 100  
C. 210 D. 170
10. 已知点  $A(5, 3)$ ， $B(8, 0)$ ， $C(2, 0)$ ，则  $\triangle ABC$  是（ ）.  
A. 等腰直角三角形 B. 非等腰直角三角形  
C. 锐角三角形 D. 钝角三角形
11. 已知  $|\vec{a}| = 3$ ， $|\vec{b}| = 4$ ， $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$ ，则  $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle =$ （ ）.  
A.  $30^\circ$  B.  $45^\circ$   
C.  $60^\circ$  D.  $120^\circ$
12. 若直线  $x + y + m = 0$  与圆  $x^2 + y^2 = m$  相切，则  $m$  的值为（ ）.  
A. 0 或 2 B. 2  
C.  $\sqrt{2}$  D. 无解
13. 圆  $x^2 + y^2 = 4$  上的点到直线  $4x - 3y - 12 = 0$  的距离的最大值为（ ）.  
A.  $\frac{2}{5}$  B.  $\frac{12}{5}$   
C.  $\frac{32}{5}$  D.  $\frac{22}{5}$
14. 棱长为  $a$  的正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中，下列结论正确的是（ ）.  
A.  $A_1C_1$  与  $A_1D$  成  $90^\circ$  角 B.  $A_1C_1$  与  $AC$  是异面直线  
C.  $AC$  与  $DC_1$  成  $45^\circ$  角 D.  $A_1C_1$  与  $BC_1$  成  $60^\circ$  角
15. 直线  $a \parallel b$ ， $b \subseteq \alpha$ ，则  $a$  与  $\alpha$  的关系是（ ）.  
A.  $a \parallel \alpha$  B.  $a \subseteq \alpha$   
C.  $a$  与  $\alpha$  相交 D.  $a$  与  $\alpha$  不相交

二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分）

16. 已知  $A = \{x | x > 3\}$ ， $B = \{x | 2 < x < 7\}$ ，则  $A \cap B =$ \_\_\_\_\_.
17. 已知  $kx^2 + kx - 2 > 0$  解集为空集，则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
18.  $(a+b)^n$  展开式中所有项的系数之和为 2048，则  $(a+b)^n$  的展开式共有 \_\_\_\_\_ 项.
19. 若  $f(x) = (k-2)x^2 + (k-1)x + 3$  是偶函数，则  $f(x)$  的递减区间是\_\_\_\_\_.

20. 函数  $f(x) = \frac{\sqrt{2x-x^2}}{\lg x}$  的定义域是\_\_\_\_\_.

21.  $(\frac{1}{7})^0 - 8^{-\frac{1}{3}} + \cos \pi - \log_3 \frac{1}{9} =$ \_\_\_\_\_.

22. 函数  $y = 3\cos(2x - \frac{\pi}{6})$  中, 当  $x =$ \_\_\_\_\_时,  $y$  取到最大值.

23. 已知  $\sin \alpha - 2\cos \alpha = 0$ , 则  $\frac{\sin^2 \alpha - 2\cos^2 \alpha}{3\cos^2 \alpha} =$ \_\_\_\_\_.

24. 若数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n = n^2 - 10n$ , 则该数列的通项公式为\_\_\_\_\_.

25. 等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_5 = 2$ ,  $a_{10} = 10$ , 则\_\_\_\_\_.

26. 已知直角坐标系中,  $\vec{a} = (3, 1)$ ,  $\vec{b} = (2, 1)$ , 则  $-3\vec{a} + 5\vec{b}$  的坐标为\_\_\_\_\_.

27. 直线  $3x - 4y - 3 = 0$  与直线  $6x - 8y + 5 = 0$  之间的距离为\_\_\_\_\_.

28. 与圆  $x^2 + y^2 = 25$  相切于点  $(-4, 3)$  的直线方程为\_\_\_\_\_.

29. 若平面  $\alpha$  和平面  $\beta$  垂直, 直线  $l \perp$  平面  $\alpha$ , 则直线  $l$  与平面  $\beta$  的位置关系为\_\_\_\_\_.

30. 垂直于同一平面的两条直线的位置关系是\_\_\_\_\_.

### 三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 45 分. 要写出必要的文字说明、证明过程和验算步骤)

31. (5 分) 已知集合  $A = \{x \mid mx^2 - 3x + 2 = 0, m \in \mathbf{R}\}$ , 若  $A$  中元素至多有一个, 求  $m$  的取值范围.

32. (3 分) 某地西红柿从 2 月 1 日起开始上市, 通过市场调查, 得到西红柿种植成本  $Q$  (单位: 元/100 千克) 与上市时间  $t$  (单位: 天) 的数据如下表:

时间 $t$	50	110	250
种植成本 $Q$	150	108	150

据调查研究, 上述数据满足二次函数关系, 求西红柿种植成本最低时的上市天数及最低种植成本.

33. (6 分) 已知: 三个数成等比数列, 它们的积为 216, 如果中间的一个数加上 4, 则三个数构成了等差数列, 求这三个数.

34. (8 分) 已知函数  $y = \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x$ .

(1) 求函数的最小正周期;

(2) 求它的单调递增区间.

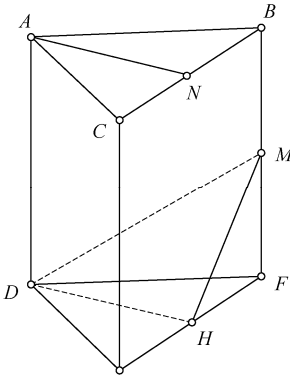
35. (8 分) 三次独立重复试验中至少有一次成功的概率是  $\frac{61}{125}$ , 求这三次独立重复试验中每次成功的概率.

36. (7 分) 求以椭圆  $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$  的右焦点为圆心, 且与双曲线  $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$  的渐近线相切的圆的方程.

37. (8 分) 如图: 在直三棱柱  $ABC-DEF$  中,  $AB=AC$ ,  $M, H$  分别是  $BF, EF$  上的点, 且  $DH \perp HM$ ,  $N$  为  $BC$  的中点.

(1) 求证: 平面  $DHM \perp$  平面  $BCEF$ ;

(2) 直线  $AN \parallel$  平面  $DHM$ .



# 普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（四）

## 数 学

（试卷总分 120 分 考试时间 120 分钟）

一、选择题（本大题共 15 小题，每小题 3 分，共 45 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

- 已知  $A = \{(x, y) | xy > 0\}$ ， $B = \{\text{第三象限的点}\}$ ，则集合  $A$  与  $B$  的关系为（ ）。
  - $B \subseteq A$
  - $A \cap B = \emptyset$
  - $A \subseteq B$
  - $A \cap B = A$
- 下列命题正确的是（ ）。
  - 若  $a > b$ ， $c > d$ ，则  $ac > bd$
  - 若  $a > b$ ， $c > d$ ，则  $a + c > b + d$
  - 若  $ac > bc$ ，则  $a > b$
  - 若  $a > b$ ，则  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
- $|x| \leq 1$  是  $|x - 1| < 3$  的（ ）。
  - 必要不充分条件
  - 充分不必要条件
  - 充分且必要条件
  - 既不充分也不必要条件
- 下列四组函数中，是相同函数的一组是（ ）。
  - $f(x) = x$ ， $g(x) = \frac{x^2}{x}$
  - $f(x) = \ln x^2$ ， $g(x) = 2 \ln x$
  - $f(x) = x$ ， $g(x) = \sqrt{x^2}$
  - $f(x) = x$ ， $g(x) = \sqrt[3]{x^3}$
- 下列函数中是偶函数且在  $(-\infty, 0)$  内单调递减的是（ ）。
  - $y = -x^2 + x$
  - $y = \cos x$
  - $y = \log_{5.1} |x|$
  - $y = (\frac{1}{3})^{x^2}$
- 已知向量  $\vec{a} = (2, -2)$ ， $\vec{b} = (x, 5)$ ，且  $\vec{a} + \vec{b}$  与  $\vec{a} - \vec{b}$  共线，则（ ）。
  - $x = -5$
  - $x = 5$
  - $x = \frac{5}{4}$
  - $x$  不存在
- 函数  $y = \sin 2(x + \pi) - \cos 2x$  的最小值和最小正周期分别为（ ）。
  - $0, \pi$
  - $0, 2\pi$
  - $-\sqrt{2}, 2\pi$
  - $-\sqrt{2}, \pi$

- 在等差数列  $\{a_n\}$  中，若  $a_6 + a_{12} = 20$ ，则  $a_8 + a_9 + a_{10} =$ （ ）。
  - 36
  - 24
  - 18
  - 30
- 若直线  $3x - my + 1 = 0$  与  $x + y - 2 = 0$  互相垂直，则  $m =$ （ ）。
  - $\frac{1}{3}$
  - 3
  - 3
  - $-\frac{1}{3}$
- 抛物线  $y = -\frac{1}{8}x^2$  的焦点坐标及准线方程分别为（ ）。
  - $(-\frac{1}{32}, 0)$   $x = \frac{1}{32}$
  - $(0, -2)$   $y = 2$
  - $(0, 2)$   $y = -2$
  - $(\frac{1}{32}, 0)$   $x = \frac{1}{32}$
- 在  $\triangle ABC$  中，若  $\angle A, \angle B, \angle C$  成等差数列，则  $\cos A \cos C - \sin A \sin C =$ （ ）。
  - $\frac{\sqrt{3}}{2}$
  - 0
  - $-\frac{1}{2}$
  - 1
- 直线  $4y = 3x - 2$  与圆  $x^2 + y^2 + 2x = 0$  的位置关系是（ ）。
  - 相切
  - 相离
  - 相交但不过圆心
  - 相交且过圆心
- 如果顺次连接空间四边形各边中点所成的四边形是菱形，那么原空间四边形的两条对角线（ ）。
  - 不相等但垂直
  - 相等但不垂直
  - 相等且垂直
  - 不相等且不垂直
- $(5x - 6y)^5$  的展开式中二项式系数之和是（ ）。
  - 16
  - 64
  - 128
  - 32
- 甲、乙两人独立射击，甲击中概率为 0.9，乙击中概率为 0.8，则至少有 1 人击中的概率为（ ）。
  - $0.9 \times 0.8$
  - $0.9 + 0.8$
  - $1 - 0.1 \times 0.2$
  - $1 - 0.9 \times 0.8$

二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分）

- 若全集  $U = \{2, 3, 5\}$ ， $A = \{|a - 5|, 2\}$  且  $\complement_U A = \{5\}$ ，则  $a$  的值为\_\_\_\_\_。
- 若函数  $f(x) = \log_3 x$ ， $g(x) = 3x$ ，则  $f[g(3)] =$ \_\_\_\_\_。

18. 函数  $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{3}}(2x-3)}$  的定义域为\_\_\_\_\_.

19. 计算  $\log_3 \frac{1}{9} + (\frac{1}{125})^{-\frac{1}{3}} + (\frac{8}{27})^0 + \sin 3\pi - C_5^3 =$ \_\_\_\_\_.

20. 在等比数列  $\{a_n\}$  中, 若  $a_2, a_8$  是方程  $2x^2 - 5x + 2 = 0$  的两根, 则  $a_4 \cdot a_6 =$ \_\_\_\_\_.

21. 已知向量  $\vec{a} = (3, 1)$ ,  $\vec{b} = (-2, 1)$ , 则  $|\vec{2a} + \vec{b}| =$ \_\_\_\_\_.

22. 到直线  $3x - 4y + 1 = 0$  的距离为 3 且与此直线平行的直线方程为\_\_\_\_\_.

23. 双曲线  $4x^2 - 5y^2 = -20$  的离心率为\_\_\_\_\_.

24. 已知  $\tan(\alpha + \beta) = \frac{2}{5}$ ,  $\tan(\beta - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{4}$ , 则  $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) =$ \_\_\_\_\_.

25. 方程  $\frac{x^2}{5-k} + \frac{y^2}{2+k} = 1$  表示椭圆, 则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

26. 已知二面角  $\alpha - a - \beta$  为  $60^\circ$ ,  $P$  是平面  $\alpha$  内一点,  $P$  到平面  $\beta$  的距离为 3, 则  $P$  在  $\beta$  内的射影到  $a$  的距离为\_\_\_\_\_.

27. 由 0, 1, 2, 3, 4, 5 可组成\_\_\_\_\_个没有重复数字的三位偶数.

28. 5 个人站在一排照相, 其中甲、乙不相邻的概率是\_\_\_\_\_.

29. 圆  $x^2 + y^2 - 4x + 4y + 4 = 0$  截直线  $x - y - 6 = 0$  所得弦长为\_\_\_\_\_.

30. 二项式  $(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{x})^{18}$  展开式中的常数项为\_\_\_\_\_ (用数字作答).

### 三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 45 分. 要写出必要的文字说明、证明过程和验算步骤)

31. (5 分) 已知集合  $A = \{x \mid |x + a| < 1\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 - 5x - 6 \leq 0\}$ , 且  $A \subseteq B$ , 求实数  $a$  的取值范围.

32. (6 分) 在等差数列  $\{a_n\}$  中, 已知  $a_1 = 130$ ,  $S_3 = S_{11}$ .

(1) 求公差  $d$ ;

(2) 试问数列的前几项的和最大? 此时最大值又是多少?

33. (6 分) 一大批产品中, 次品率为 0.1, 从这批产品中任意抽取 2 件来检查, 抽到的次品数用  $\xi$  表示, 求随机变量  $\xi$  的概率.



34. (7 分) 已知  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  是  $\triangle ABC$  的内角， $a$ 、 $b$ 、 $c$  分别是其对边长，向量  $\vec{m} = (\sqrt{3}, \cos A + 1)$ ， $\vec{n} = (\sin A, -1)$ ， $\vec{m} \perp \vec{n}$ 。

(1) 求角  $A$  的大小；

(2) 若  $a = 2$ ， $\cos B = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，求  $b$  的值。

35. (7 分) 某公司生产一种电子仪器的固定成本为 20000 元，每生产一台仪器需增加投入 100 元，已知总收益满足函数：

$$R(x) = \begin{cases} 400x - \frac{1}{2}x^2, & 0 \leq x \leq 400 \\ 80000, & x > 400 \end{cases}, \text{ 其中 } x \text{ 是仪器的月产量.}$$

(1) 将利润表示为月产量的函数  $f(x)$ ；

(2) 当月产量为何值时，公司所获利润最大？最大利润为多少元？(总收益=总成本+利润)

36. (7 分) 已知斜率为 1 的直线  $l$  经过椭圆  $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$  的右焦点  $F_2$ ，交椭圆于  $A$  与  $B$  两点， $F_1$  是左焦点. 求：

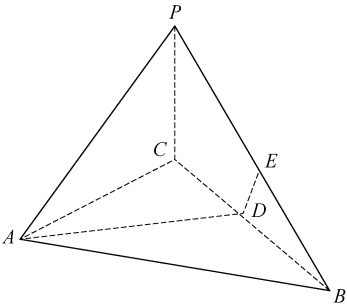
(1) 弦长  $|AB|$ ；

(2)  $\triangle ABF_1$  的面积.

37. (7 分) 如图，已知  $D$  是等腰  $\text{Rt}\triangle ABC$  斜边  $BC$  的中点， $AB = \sqrt{6}$ ， $P$  是平面  $ABC$  外一点， $PC \perp$  平面  $ABC$ ， $DE \perp BP$  于点  $E$ ， $DE = 1$ .

(1) 求证：  $AD \perp$  平面  $PBC$  ；

(2) 求平面  $ABP$  与平面  $CPB$  所成二面角的大小.



# 普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（五）

## 数 学

（试卷总分 120 分 考试时间 120 分钟）

一、选择题（本大题共 15 小题，每小题 3 分，共 45 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

- 已知集合  $A=\{0,1,2\}$ ，则集合  $B=\{x-y|x\in A, y\in A\}$  中元素的个数是（ ）。
  - 1 个
  - 3 个
  - 5 个
  - 9 个
- 若  $a, b, c$  是任意实数，则（ ）。
  - $a > b \Rightarrow ac^2 > bc^2$
  - $\frac{a}{c} > \frac{b}{c} \Rightarrow a > b$
  - $a^3 > b^3, ab > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
  - $a^2 > b^2, ab > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
- $(2-x)(x+4) \geq 0$  是  $|x+1| < 2$  的（ ）。
  - 充分不必要条件
  - 必要不充分条件
  - 充要条件
  - 既不充分也不必要条件
- 下列各函数中，既是增函数，又是奇函数的是（ ）。
  - $y=x^3$
  - $y=3^x$
  - $y=\log_3 x$
  - $y=\sin x$
- 已知平面向量  $\vec{a}=(1,2)$ ， $\vec{b}=(-2,m)$ ，且  $\vec{b} \parallel \vec{a}$ ，则  $2\vec{a}+3\vec{b}=$ （ ）。
  - $(-2,-4)$
  - $(-4,-8)$
  - $(-5,-10)$
  - $(-3,-6)$
- 在数列  $\{a_n\}$  中，若  $a_n+1=a_{n+1}$ ， $a_1=-3$ ， $S_n=150$ ，则项数  $n=$ （ ）。
  - 10
  - 8
  - 12
  - 15
- 若  $\alpha \in [0, 2\pi]$ ，则满足  $0 \leq \sin \alpha \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$  的  $\alpha$  的范围是（ ）。

- $[0, \frac{\pi}{6}]$
- $[0, \frac{\pi}{3}]$
- $[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$
- $[0, \frac{\pi}{3}] \cup [\frac{2\pi}{3}, \pi]$

- 以坐标轴为对称轴，原点为顶点且过圆  $x^2+y^2-2x+6y+9=0$  的圆心的抛物线方程是（ ）。
  - $y=3x^2$  或  $y=-3x^2$
  - $y=3x^2$
  - $y^2=-9x$  或  $y=3x^2$
  - $y=-3x^2$  或  $y^2=9x$
- 从 6 人中选 4 人分别参加体育、音乐、美术、棋类四个兴趣班，要求每个兴趣班 1 人，且这 6 个人中甲、乙不参加体育班，则不同的选择方案共有（ ）。
  - 300 种
  - 240 种
  - 144 种
  - 96 种
- 若直线  $l_1: ax+2y+6=0$  与直线  $l_2: x+(a-1)y+(a^2-1)=0$  平行，则  $a$  等于（ ）。
  - 1 或 2
  - 1
  - 2
  - $\frac{2}{3}$
- 在  $\triangle ABC$  中，若  $\sin(A-B)=1-2\cos A \sin B$ ，则三角形的形状是（ ）。
  - 直角三角形
  - 等腰三角
  - 等边三角形
  - 钝角三角形
- 若  $(x+\frac{1}{x})^n$  展开式中第四项与第六项的系数相等，则展开式中的常数项的值等于（ ）。
  - 8
  - 16
  - 80
  - 70
- 在等比数列  $\{a_n\}$  中，若  $a_5+a_6=a(a \neq 0)$ ， $a_{15}+a_{16}=b$ ，则  $a_{25}+a_{26}$  的值是（ ）。
  - $\frac{b}{a}$
  - $\frac{a}{b}$
  - $\frac{b^2}{a}$
  - $\frac{b}{a^2}$
- 以等腰直角  $\triangle ABC$  的斜边  $BC$  上的高  $AD$  为折痕，折叠时使二面角  $B-AD-C$  为  $90^\circ$ ，此时  $\angle BAC$  为（ ）。
  - $30^\circ$
  - $45^\circ$
  - $60^\circ$
  - $90^\circ$
- 某学生通过外语听力测试的概率为  $\frac{2}{3}$ ，连续测试 2 次，其中恰有一次获得通过的概率为（ ）。
  - $\frac{2}{9}$
  - $\frac{4}{9}$
  - $\frac{2}{3}$
  - $\frac{1}{3}$

二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分）

$$16. f(x) = \begin{cases} 0 & (x > 0) \\ -2 & (x = 0) \\ x^2 + 1 & (x < 0) \end{cases}, \text{ 则 } f\{f[f(3)]\} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

17. 已知  $\vec{a}=(2,4)$ ,  $\vec{b}=(-1,-3)$ , 则  $|2\vec{a}+3\vec{b}|=$ \_\_\_\_\_.

18. 已知函数  $y=\sqrt{\frac{\log_{\frac{1}{2}}(x-1)+2}{x-3}}$ , 则定义域为\_\_\_\_\_.

19. 把 6 本不同的书放成一排, 那么指定的 3 本书放在一起的排法有\_\_\_\_\_种.

20. 计算:  $(-8)^{\frac{1}{3}}+(\pi-2)^{\lg 1}+\cos \pi+2^{\log_2 3}+C_{10}^8=$ \_\_\_\_\_.

21. 已知  $\cos(3\pi+\alpha)=\frac{3}{4}$ , 且  $\tan \alpha \cdot \cos \alpha < 0$ , 则  $\sin \alpha=$ \_\_\_\_\_.

22. 在  $120^\circ$  的二面角内有一个点, 到二面角的两个面的距离都是 10, 则两垂足间的距离是\_\_\_\_\_.

23. 已知  $|\vec{a}|=2$ ,  $|\vec{b}|=3$ , 且  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  的夹角为  $45^\circ$ , 则  $(2\vec{a}-\vec{b}) \cdot (\vec{a}+3\vec{b})=$ \_\_\_\_\_.

24. 一个焦点为  $F_1(-2\sqrt{3},0)$ , 长轴长与短轴长之和为 12 的椭圆的标准方程为\_\_\_\_\_.

25. 设有不同的直线  $a, b$  和不同的平面  $\alpha, \beta, \gamma$ , 给出下列四个命题:

① 若  $a \parallel \alpha$ ,  $b \parallel \alpha$ , 则  $a \parallel b$       ③ 若  $a \parallel \alpha$ ,  $a \parallel \beta$ , 则  $\alpha \parallel \beta$

② 若  $\alpha \perp \beta$ ,  $\beta \perp \gamma$ , 则  $\alpha \parallel \gamma$       ④ 若  $\alpha \parallel \gamma$ ,  $\beta \perp \gamma$ , 则  $\alpha \perp \beta$

其中正确的是: \_\_\_\_\_.

26. 不等式  $ax^2+bx+2>0$  的解集为  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ , 则  $a-b=$ \_\_\_\_\_.

27. 数列  $\{a_n\}$  满足  $a_{n+1}=a_n+\frac{1}{2}$  ( $n \geq 1$ ), 且  $a_1=-3$ , 则  $a_{101}=$ \_\_\_\_\_.

28. 已知双曲线  $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$  的两个焦点  $F_1, F_2$ , 经过右焦点  $F_2$  的直线与双曲线的右支交于  $A, B$  两点,  $|AB|=8$ , 则  $\triangle ABF_1$  的周长为\_\_\_\_\_.

29. 函数  $f(x)=x^2+2(a-1)x+2$  在  $[2,4]$  上是单调函数, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

30. 从 1,2,3,4,5,6 六个数字中任取两数, 则两个数都是偶数的概率是\_\_\_\_\_.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 45 分. 要写出必要的文字说明、证明过程和验算步骤)

31. (6 分) 已知集合  $A=\{x \mid |x-a| \leq 1\}$ ,  $B=\left\{x \mid \frac{x+2}{x-3} < 0\right\}$ ,  $A \cap B = B$ , 求实数  $a$  的取值范围.

32. (6 分) 数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  中, 已知  $\{b_n\}$  为等比数列, 且  $q=\frac{1}{64}$ ,  $b_1=2$ ,  $a_n=\log_2 b_n$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式; (2) 若  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 则前多少项和最小? 并求  $S_n$  的最小值.

33. (6 分) 经市场调查, 某种商品在过去 50 天的销售量和价格均为销售时间  $t$  (天) 的函数, 且销售量近似地满足  $f(t)=-2t+200$  ( $1 \leq t \leq 50, t \in \mathbf{N}$ ). 前 30 天价格为  $g(t)=\frac{1}{2}t+30$  ( $1 \leq t \leq 30, t \in \mathbf{N}$ ), 后 20 天价格为  $g(t)=45$  ( $31 \leq t \leq 50, t \in \mathbf{N}$ )

(1) 写出该种商品的日销售额  $S$  与时间  $t$  的函数关系;

(2) 求日销售额  $S$  的最大值.

34. (6 分) 已知向量  $\vec{m} = (\sin x, 1)$ ,  $\vec{n} = (2\sqrt{3}\cos x, \cos 2x)$ , 函数  $f(x) = \vec{m} \cdot \vec{n}$ .

(1) 函数  $f(x)$  的最大值为多少? 并求取得最大值时  $x$  的取值集合.

(2) 将函数  $y = f(x)$  的图像向左平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位, 再将所得图像上各点的横坐标缩短为原来的  $\frac{1}{2}$ , 纵坐标不变, 得到函数  $y = g(x)$  的图像, 求  $y = g(x)$  的单调增区间.

35. (7 分) 已知抛物线  $y^2 = 4x$  与椭圆  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{m} = 1$  有共同的焦点  $F_2$ , 并且相交于  $P, Q$  两

点,  $F_1$  是椭圆的另一个焦点.

求: (1)  $m$  的值; (2)  $P, Q$  两点的坐标; (3)  $\triangle PF_1 F_2$  的面积.

36. (7 分) 甲、乙两人竞选世博会志愿者，需要进行口试. 已知在备选的 10 道题中，甲能答对其中的 6 道题，乙能答对其中的 8 道题. 规定每次口试都从备选题中抽出 3 道题进行口试，至少答对两道题才有入选资格. 求下列事件的概率：

(1) 事件  $A$ ：“甲有入选资格”；

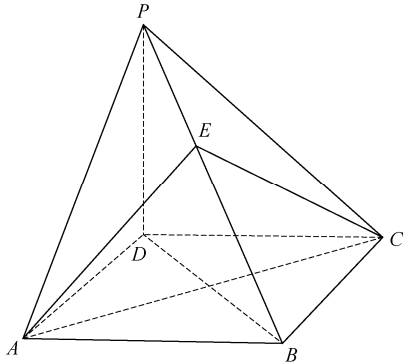
(2) 事件  $B$ ：“乙有入选资格”；

(3) 事件  $C$ ：“甲乙两人至少有一人有入选资格”.

37. (7 分) 如图，四棱锥  $P-ABCD$  的底面是正方形， $PD \perp$  底面  $ABCD$ ，点  $E$  在棱  $PB$  上，

(1) 求证：平面  $AEC \perp$  平面  $PDB$ ；

(2) 当  $PD = \sqrt{2}AB$ ，且  $E$  为  $PB$  的中点时，求  $AE$  与平面  $PDB$  所成的角的大小.



# 普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（六）

## 数 学

（试卷总分 120 分 考试时间 120 分钟）

一、选择题（本大题共 15 小题，每小题 3 分，共 45 分，在每小题所给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

1. 集合  $M = \{2, 3, 5, a\}$ ,  $N = \{1, 3, 4, b\}$ , 若  $M \cap N = \{1, 2, 3\}$ , 则  $a, b$  值为 ( ).

- A.  $a=2, b=1$                       B.  $a=1, b=2$   
C.  $a=1, b=-2$                       D.  $a=1, b=5$

2. 若  $a > b$ , 下列命题中, 正确的是 ( ).

- A.  $ac > bc$                       B.  $ac^2 > bc^2$   
C.  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$                       D.  $(\frac{1}{2})^a < (\frac{1}{2})^b$

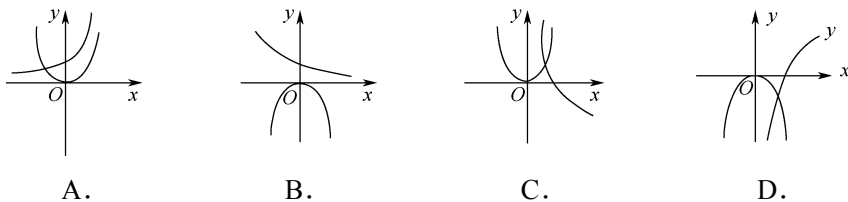
3. 已知  $ab > 0$ , 则 “ $x = \sqrt{ab}$ ” 是 “ $a, x, b$  成等比数列” 的 ( ).

- A. 充分但不必要条件  
B. 必要但不充分条件  
C. 充分且必要条件  
D. 既不充分也不必要条件

4. 函数  $f(x) = \frac{\sqrt{\lg x}}{2^x - 4}$  的定义域为 ( ).

- A.  $[1, +\infty)$                       B.  $[2, +\infty)$   
C.  $(1, 2) \cup (2, +\infty)$                       D.  $[1, 2) \cup (2, +\infty)$

5. 函数  $y = ax^2$  与函数  $y = a^x$  在同一坐标系中的图像可能是 ( ).



6. 函数  $f(x) = -|x| \sin x$  的图像关于 ( ) 对称.

- A.  $x$  轴                      B.  $y$  轴

- C. 原点                      D. 直线  $y=1$

7. 已知  $\sin(\pi + \alpha) = -\frac{1}{2}$ , 那么  $\cos \alpha$  的值为 ( ).

- A.  $\pm \frac{1}{2}$                       B.  $\frac{1}{2}$   
C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       D.  $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

8. 等比数列  $\{a_n\}$  中, 若  $a_5 a_6 = 9$ , 则  $\log_3 a_3 + \log_3 a_8 =$  ( ).

- A. 1                      B. 2  
C. -1                      D. -2

9. 已知向量  $\vec{a}, \vec{b}$  的夹角为  $\frac{\pi}{3}$ , 且  $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=1$ , 则向量  $\vec{a}$  与向量  $\vec{a}+2\vec{b}$  的数量积等于

( ).

- A. 0                      B. 2  
C.  $4+2\sqrt{3}$                       D. 6

10. 下列函数在  $[\frac{\pi}{2}, \pi]$  上是增函数的是 ( ).

- A.  $y = \sin x$                       B.  $y = \cos x$   
C.  $y = -\sin x$                       D.  $y = \sin 2x$

11. 过点  $(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$  且与圆  $x^2 + y^2 = 1$  相切的直线方程是 ( ).

- A.  $x + \sqrt{3}y + 2 = 0$   
B.  $x + \sqrt{3}y - 2 = 0$   
C.  $x - \sqrt{3}y + 2 = 0$   
D.  $x - \sqrt{3}y - 2 = 0$

12. 抛物线  $y^2 = -4x$  上一点  $M$  到焦点的距离为 3, 则点  $M$  的横坐标为 ( ).

- A. -2                      B. -4  
C. 2                      D. 4

13.  $P$  是  $\triangle ABC$  所在的平面外一点, 已知  $P$  到三角形三个顶点的距离相等, 则  $P$  在平面  $ABC$  内的射影  $O$  是三角形的 ( ).

- A. 外心                      B. 内心  
C. 重心                      D. 垂心

14. 在  $(1-2x)^7$  的展开式中, 各项系数的和为 ( ).

- A. 1                      B. -1  
C.  $2^7$                       D.  $3^7$

15. A、B、C、D、E 五位学生参加网页设计比赛, 决出了第一到第五的名次, A、B 两学生去问成绩, 教师对 A 说: 你的名次不知道, 但肯定没得第一名; 又对 B 说: 你是第三名. 请你分析一下这五位学生的名次排列共有 ( ) 种不同的结果.

- A. 16                      B. 17  
C. 18                      D. 19

二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分）

16. 若  $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x > 0 \\ 1-x, & x \leq 0 \end{cases}$ ，则  $f[f(-1)]$  的值为\_\_\_\_\_.

17.  $\log_{\frac{1}{2}} 0.25 - 10^{\ln e} + C_6^4 - \sin(-\pi) =$ \_\_\_\_\_.

18. 若不等式  $x^2 - ax - b < 0$  的解集为  $(2, 3)$ ，则  $a + b$  的值为\_\_\_\_\_.

19.  $(\frac{1}{3})^\pi$ ， $\pi^{\frac{1}{3}}$ ， $\log_{\frac{1}{3}} \pi$  按从小到大排列的顺序是\_\_\_\_\_.

20. 已知数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n = 3n + 2$ ，则前 10 项的和  $S_{10} =$ \_\_\_\_\_.

21. 函数  $f(x) = \log_2 |x| - \cos x$  的奇偶性是\_\_\_\_\_。（填“奇函数”“偶函数”“非奇非偶函数”）

22. 函数  $y = 2^{|x|}$  的单调递增区间为\_\_\_\_\_.

23. 要得到  $y = 3\sin(2x + \frac{\pi}{4})$  的图像只须将  $y = 3\sin 2x$  的图像向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_个单位得到.

24. 在  $\triangle ABC$  中， $a = 8$ ， $b = 4\sqrt{2}$ ， $C = 45^\circ$ ，则  $c =$ \_\_\_\_\_.

25.  $\alpha \in (0^\circ, 180^\circ)$ ，直线  $x \sin \alpha + y \cos \alpha = 1$  与直线  $x - y + 3 = 0$  垂直，则  $\alpha =$ \_\_\_\_\_.

26. 若向量  $\vec{a} = (1, 0)$ ，向量  $\vec{b} = (1, 1)$ ，则  $\vec{a} - \vec{b}$  \_\_\_\_\_， $\vec{a} - \vec{b}$  与  $\vec{b}$  的夹角为\_\_\_\_\_.

27. 正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中， $BD$  与  $B_1C$  所成的角是\_\_\_\_\_.

28. 二项式  $(1 - 2x)^6$  的展开式中  $x^4$  的系数是\_\_\_\_\_.

29. 半径为 2，圆心在  $y$  轴上和直线  $y = 3$  相切的圆的方程为\_\_\_\_\_.

30. 袋中有 5 个红球，5 个黑球，从中任取 3 个球，既有红球又有黑球的概率为\_\_\_\_\_.

三、解答题（本大题共 7 小题，共 45 分. 要写出必要的文字说明、证明过程和验算步骤）

31. （6 分）已知集合  $A = \{x | x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$ ， $B = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$ ，且  $A \cap B = \{3\}$ ，求  $a$  的值及  $A \cup B$ .

32. （6 分）已知公差不为 0 的等差数列  $\{a_n\}$  的首项为 2，且  $a_1$ ， $a_2$ ， $a_4$  成等比数列.

（1）求数列  $\{a_n\}$  的通项公式；

（2）令  $b_n = \frac{1}{(a_n + 1)^2 - 1} (n \in \mathbf{N}^*)$ ，求数列  $\{b_n\}$  的前 5 项和.

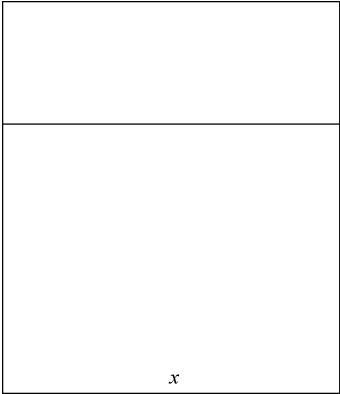
33. （6 分）在  $\triangle ABC$  中，角  $A$ 、 $B$ 、 $C$  所对边分别是  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，已知向量  $\vec{m} = (a + c, b)$ ， $\vec{n} = (a - c, b - a)$ ，若  $\vec{m} \perp \vec{n}$ ，且  $\frac{c}{b} = \sqrt{3}$ .

（1）求角  $C$  的大小；

（2）判断该三角形的形状.



34. (6 分) 用长 6 米的断桥铝, 做一个日字形窗框 (如图), 窗框的宽为  $x$  米, 面积为  $S$  平方米, 窗框中间横条的宽度忽略不计.
- (1) 求  $S$  与  $x$  的函数关系式及  $x$  的取值范围.
- (2) 试问窗框的高和宽各为多少时, 窗户的透光面积最大? 最大面积是多少?

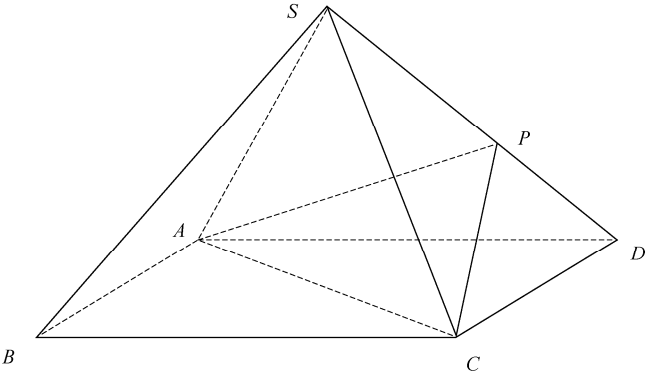


35. (7 分) 某职业学校二年级计算机 3 班有 6 名种子选手要参加河北省计算机平面设计大赛, 其中有 4 名女生, 2 名男生.
- (1) 求从中选 1 人为男生的概率;
- (2) 求所选 3 人中男生人数  $\xi$  的概率分布.

36. (7 分) 已知双曲线经过点  $(4,0)$ ，渐近线与圆  $(x-3)^2 + y^2 = 6$  相切，求双曲线方程.

37. (7 分) 如图，四棱锥  $S-ABCD$  的底面是正方形，每条侧棱长都是底面边长的  $\sqrt{2}$  倍， $P$  为侧棱  $SD$  上的点.

- (1) 求证:  $AC \perp SD$ ;
- (2) 若  $SD \perp$  平面  $PAC$ ，求二面角  $P-AC-D$  的大小.



# 普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（七）

## 数 学

（试卷总分 120 分 考试时间 120 分钟）

一、选择题（本大题共 15 小题，每小题 3 分，共 45 分，在每小题所给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

- 已知集合  $M = \{a, 0\}$ ， $N = \{1, 2\}$ ，且  $M \cap N = \{1\}$ ，则  $M \cup N$ （ ）。  
A.  $\{a, 0, 1, 2\}$  B.  $\{1, 0, 1, 2\}$   
C.  $\{0, 1, 2\}$  D. 无法确定
- 若  $a > b$ ，则（ ）。  
A.  $a^2 > b^2$  B.  $\lg a > \lg b$   
C.  $a^3 > b^3$  D.  $0.3^a > 0.3^b$
- “ $x = y$ ”是“ $|x| = |y|$ ”的（ ）。  
A. 充分但不必要条件 B. 必要但不充分条件  
C. 充分且必要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 下列各函数中，与函数  $y = x^2$  为同一个函数的是（ ）。  
A.  $y = \sqrt{x^4}$  B.  $y = (\sqrt{x})^4$   
C.  $y = x|x|$  D.  $y = \frac{x^3}{x}$
- 下列函数为奇函数的是（ ）。  
A.  $y = |\sin x|$  B.  $y = \log_2(x^2 + 1)$   
C.  $y = \sin(\pi - x)$  D.  $y = 2^x$
- 函数  $y = 3\sin 2x + 4\cos 2x$  的值域为（ ）。  
A.  $(-5, 5)$  B.  $[-5, 5]$   
C.  $(-10, 10)$  D.  $[-10, 10]$
- 函数  $y = \ln a$  在定义区间内大于零时， $a$  的取值范围是（ ）。  
A.  $(0, +\infty)$  B.  $(1, +\infty)$   
C.  $(e, +\infty)$  D.  $[1, +\infty)$
- 若  $a, b, c$  均为正数，且  $\lg a, \lg b, \lg c$  成等差数列，则下列结论中恒成立的是（ ）。

$$A. b = \frac{a+c}{2}$$

$$B. b = \frac{\lg a + \lg c}{2}$$

C.  $a, b, c$  成等差数列

D.  $a, b, c$  成等比数列

9. 在  $\triangle ABC$  中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $D$  是  $BC$  的中点， $AB = 4$ ， $AC = 3$ ，则  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} =$ （ ）。

$$A. -7$$

$$B. -\frac{7}{2}$$

$$C. \frac{7}{2}$$

$$D. 7$$

10.  $m, n$  分别表示函数  $y = 2\cos^2 x - 3$  的最大值和最小值，则  $m - n$  等于（ ）。

$$A. -4$$

$$B. 4$$

$$C. 2$$

$$D. -2$$

11. 已知圆  $C: x^2 + y^2 - 4x = 0$ ， $l$  是过点  $P(3, 0)$  的直线，则（ ）。

A.  $l$  与  $C$  相交

B.  $l$  与  $C$  相切

C.  $l$  与  $C$  相离

D. 以上三个选项均有可能

12. 已知椭圆  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{m^2} = 1 (m > 0)$  的离心率为  $\frac{1}{2}$ ，则  $m =$ （ ）。

$$A. \sqrt{3} \text{ 或 } \sqrt{5}$$

$$B. \sqrt{3}$$

$$C. \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$D. \sqrt{3} \text{ 或 } \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

13. 下列正确的是（ ）。

A. 两条直线平行的充要条件是斜率相等

B. 对于两条直线  $l_1, l_2$  有  $l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow k_1 \cdot k_2 = -1$

C. 任何一条直线都有斜率

D. 直线的倾斜角是锐角，则斜率大于 0

14.  $(1+2x)^8$  的展开式中，所有二项式系数的和是（ ）。

$$A. 6561$$

$$B. 256$$

$$C. 512$$

$$D. 1024$$

15. 从 5 台甲型和 4 台乙型电视机中任意取出 3 台，其中至少要有甲型和乙型电视机各一台，则不同的取法有（ ）。

$$A. 140 \text{ 种}$$

$$B. 84 \text{ 种}$$

$$C. 70 \text{ 种}$$

$$D. 15 \text{ 种}$$

二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分）

$$16. f(x) = \begin{cases} x^3, & x < 8 \\ \log_2 x, & x \geq 8 \end{cases}, \text{ 则 } f[f(2)] = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$17. \left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{1}{5}} + 9^{\log_3 \sqrt{2}} - \sin \frac{7\pi}{6} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

18. 若  $a < 0$ ，则关于  $x$  的不等式  $(x - 3a)(x + 2a) < 0$  的解集为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

19. 函数  $y = -x^2 + 2x - 2$ ， $x \in [0, 3]$  的值域为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

20. 在等比数列  $\{a_n\}$  中， $a_2 a_4 a_6 = 27$ ，且  $a_8 = 27$ ，则  $a_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

21. 直线  $Ax + By = 0$  的倾斜角为  $\alpha$ ，若  $AB > 0$ ，则该直线过第  $\underline{\hspace{2cm}}$  象限。

22. 要得到  $y = \sin(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6})$  的图像只需将函数  $y = \sin \frac{x}{2}$  的图像向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_个单位.

23.  $e^{0.3}$ ,  $0.3^e$ ,  $\ln 0.3$  按从小到大排列的顺序是\_\_\_\_\_.

24. 直线  $3x - y + 1 = 0$  与直线  $x + my - 2 = 0$  互相垂直时, 则  $m =$ \_\_\_\_\_.

25. 已知向量  $\vec{a} = (3, -1)$ ,  $\vec{b} = (x, 4)$ . 若  $\vec{a} \parallel \vec{b}$ , 则  $x =$ \_\_\_\_\_.

26. 等差数列  $\{a_n\}$  的公差为 1, 且  $a_1, a_3, a_4$  三项成等比数列, 则该数列为 0 的项是第\_\_\_\_\_项.

27. 已知过点  $P(2, 2)$  的直线与圆  $(x-1)^2 + y^2 = 5$  相切, 且与直线  $ax - y + 1 = 0$  垂直, 则  $a$  的值是\_\_\_\_\_.

28. 正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $BD_1$  与平面  $BCC_1B_1$  所成的角的正切值是\_\_\_\_\_.

29. 在  $(3x - \frac{2}{\sqrt{x}})^n$  的展开式中第 9 项为常数项, 则  $n$  的值为\_\_\_\_\_.

30. 甲、乙两人随机入住两间空房, 则甲、乙两人各住一间房的概率是\_\_\_\_\_.

### 三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 45 分. 要写出必要的文字说明、证明过程和验算步骤)

31. (6 分) 已知集合  $A = \{x \mid 3x - x^2 + 10 \geq 0\}$ ,  $B = \{x \mid |x - m| < 1\}$ , 若  $A \cap B = B$ , 求实数  $m$  的取值范围.

32. (6 分) 已知等差数列  $\{a_n\}$  满足  $a_3 = 7$ ,  $a_5 + a_7 = 26$ , 解答下列问题;

(1) 求  $a_n$ ;

(2) 令  $b_n = \frac{1}{a_n^2 - 1} (n \in \mathbf{N}^*)$ , 求数列  $\{b_n\}$  前  $n$  项的  $T_n$ .

33. (6 分) 已知函数  $f(x) = \cos(2x - \frac{\pi}{3}) - 2\sin(\frac{\pi}{4} - x)\cos(x - \frac{\pi}{4})$ ,

(1) 求函数  $f(x)$  的解析式;

(2) 求函数  $f(x)$  的最小正周期;

(3) 求函数  $f(x)$  的单调递增区间.

34. (6 分) 铁路运输托运行李, 从甲地到乙地, 规定每张客票托运费计算方法是: 行李质量不超过 50kg 时, 按 0.25/kg 计算; 超过 50kg 而不超过 100kg 时, 其超过部分按 0.35/kg 计算; 超过 100kg 时, 其超过部分按 0.45/kg 计算.

(1) 计算出托运费;

(2) 若行李质量为 56kg, 托运费为多少?

35. (7 分) 从编号分别为 0, 1, 2, 3 的四张卡片中任取两张, 将它们的编号之和记为  $\xi$ .

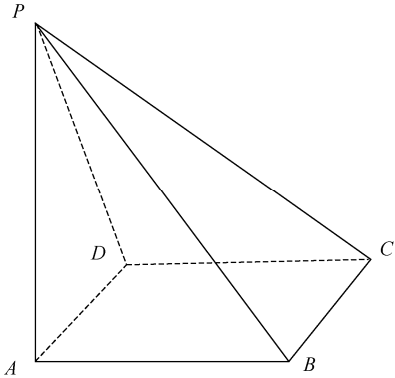
(1) 求 “ $\xi$  为奇数” 的概率;

(2) 写出  $\xi$  的分布列;

(3) 求  $P(\xi \geq 3)$ .

36. (7 分) 已知一条直线与抛物线  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 交于  $A$ 、 $B$  两点,  $O$  为坐标原点, 若  $OA \perp OB$  且  $OD \perp AB$ , 垂足为  $D(2, -1)$ , 求此抛物线的方程.

37. (7 分) 已知四棱锥  $P-ABCD$ , 底面是矩形,  $PA$  与底面  $ABCD$  垂直,  $AB=8$ ,  $BC=6$ ,  $PA=15$ ,
- (1) 求  $PC$  与底面  $ABCD$  所成角的正切值;
  - (2) 求证: 平面  $PBC \perp$  平面  $PAB$ ;
  - (3) 求点  $A$  到平面  $PBC$  的距离.



# 普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（八）

## 数 学

（试卷总分 120 分 考试时间 120 分钟）

一、选择题（本大题共 15 小题，每小题 3 分，共 45 分，在每小题所给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

- 已知集合  $A = \{x | x^2 - 4x + 3 < 0\}$ ， $B = \{x | 2 < x < 4\}$ ，则  $A \cap B =$ （ ）.
  - (1,3)
  - (1,4)
  - (2,3)
  - (2,4)
- 若  $a > b > 0$ ，则下列不等式不成立的是（ ）.
  - $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
  - $|a| > |b|$
  - $a + b < 2\sqrt{ab}$
  - $(\frac{1}{2})^a < (\frac{1}{2})^b$
- 设  $\vec{a}$ ， $\vec{b}$  是非零向量，“ $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$ ”是“ $\vec{a} // \vec{b}$ ”的（ ）.
  - 充分不必要条件
  - 必要不充分条件
  - 充分必要条件
  - 既不充分也不必要条件
- 下列函数中，在其定义域内既是偶函数，又在  $(-\infty, 0)$  上单调递增的函数是（ ）.
  - $f(x) = x^2$
  - $f(x) = 2^{|x|}$
  - $f(x) = \log \frac{1}{|x|}$
  - $f(x) = \sin x$
- 已知  $\vec{a} = (k, 3)$ ， $\vec{b} = (1, 4)$ ， $\vec{c} = (2, 1)$ ，且  $(2\vec{a} - 3\vec{b}) \perp \vec{c}$ ，则实数  $k =$ （ ）.
  - $\frac{9}{2}$
  - 0
  - 3
  - $\frac{15}{2}$
- $\sin 210^\circ \cos 120^\circ$  的值为（ ）.
  - $\frac{1}{4}$
  - $-\frac{\sqrt{3}}{4}$
  - $-\frac{3}{2}$
  - $\frac{\sqrt{3}}{4}$

- 函数  $y = 1 - 2\sin^2(x - \frac{3\pi}{4})$  是（ ）.
  - 最小正周期为  $\pi$  的奇函数
  - 最小正周期为  $\pi$  的偶函数
  - 最小正周期为  $\frac{\pi}{2}$  的奇函数
  - 最小正周期为  $\frac{\pi}{2}$  的偶函数
- 等差数列  $\{a_n\}$  中  $a_1 = 2$ ， $S_3 = 12$ ，则  $a_6 =$ （ ）.
  - 8
  - 10
  - 12
  - 14
- 已知等比数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = \frac{1}{4}$ ， $a_3 a_5 = 4(a_4 - 1)$ ，则  $a_2 =$ （ ）.
  - 2
  - 1
  - $\frac{1}{2}$
  - $\frac{1}{8}$
- 已知抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的准线经过点  $(-1, 1)$ ，则该抛物线的焦点坐标为（ ）.
  - $(-1, 2)$
  - $(1, 0)$
  - $(0, -1)$
  - $(0, 1)$
- 取 1, 2, 3, 4, 5 这五个数字中的两个分别作为一个对数的底数和真数，则所得的不同值的个数有（ ）.
  - 12
  - 13
  - 16
  - 20
- 不共面的四点可以确定的平面的个数为（ ）.
  - 4
  - 8
  - $4^3$
  - $3^4$
- $(x - \frac{1}{x})^6$  展开式中的常数项是（ ）.
  - 15
  - 15
  - 20
  - 20
- 下列命题中错误的是（ ）.
  - 一条直线与两个平行平面中的一个相交，则必与另一个平面相交
  - 平行于同一个平面的两个平面平行
  - 如果平面  $\alpha$  不垂直平面  $\beta$ ，那么平面  $\alpha$  内一定不存在直线垂直于平面  $\beta$
  - 若直线  $l$  不平行于平面  $\alpha$ ，则在平面  $\alpha$  内一定不存在与  $l$  平行的直线
- 方程  $x^2 + y^2 + 4mx - 2y + 5m = 0$  表示圆，则  $m$  的取值范围是（ ）.
  - $\frac{1}{4} < m < 1$
  - $m < \frac{1}{4}$  或  $m > 1$
  - $m < \frac{1}{4}$
  - $m > 1$

二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分）.

- 已知  $f(x) = \begin{cases} \log_3 x, & (x > 0) \\ a^x + b, & (x \leq 0) \end{cases}$ ，且  $f(0) = 2$ ， $f(-1) = 3$ ，则  $f[f(\frac{1}{9})] =$ \_\_\_\_\_.
- 函数  $y = \frac{\ln(1-x)}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{x}$  的定义域是\_\_\_\_\_.

18. 已知  $a=3^{\frac{1}{2}}$ ,  $b=\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{2}$ ,  $c=\log_2\frac{1}{3}$ , 则  $a$ 、 $b$ 、 $c$  由小到大的顺序排列是\_\_\_\_\_.

19. 要得到函数  $y=\sin 2x$  的图像, 只需把函数  $y=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$  的图像向右平移\_\_\_\_\_个单位长度.

20. 在  $\triangle ABC$  中, 若  $a=\sqrt{3}$ ,  $\sin B=\frac{1}{2}$ ,  $C=\frac{\pi}{6}$ , 则  $b$ =\_\_\_\_\_.

21. 已知向量  $\vec{a}=(2,1)$ ,  $\vec{b}=(1,-2)$ , 若  $m\vec{a}+n\vec{b}=(9,-8)$ , 则  $m-n$ =\_\_\_\_\_.

22. 已知等差数列  $\{a_n\}$  中, 若  $a_1+a_2+a_3=5$ ,  $a_7+a_8+a_9=10$ , 则  $a_{19}+a_{20}+a_{21}$ =\_\_\_\_\_.

23. 直线  $ax+2y+1=0$  与直线  $x+y-2=0$  互相垂直, 则  $a$ =\_\_\_\_\_.

24. 若直线  $x-2y+2=0$  经过椭圆的一个焦点和一个顶点, 则该椭圆的标准方程为\_\_\_\_\_.

25. 双曲线  $\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{b^2}=1(b>0)$  的离心率为  $\sqrt{2}$ , 则此双曲线的焦点到渐近线的距离是\_\_\_\_\_.

26. 从 1, 2, 3, 4, 5 中任取两个不同的数, 其和为 5 的概率是\_\_\_\_\_.

27. 从集合  $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$  中每次取 5 个元素, 按由小到大的顺序排列, 这样的数列的个数有\_\_\_\_\_.

28. 若  $(3x-1)^6=a_0x^6+a_1x^5+\cdots+a_5x+a_6$ , 则  $a_0+a_1+a_2+\cdots+a_5+a_6$ =\_\_\_\_\_.

29. 在空间四边形  $ABCD$  中,  $E$ 、 $F$ 、 $G$ 、 $H$  分别是  $AB$ 、 $BC$ 、 $CD$ 、 $DA$  的中点, 若  $AC$  垂直于  $BD$ , 则四边形  $EFGH$  是\_\_\_\_\_形.

30.  $AB$  是圆的直径,  $PA$  垂直于该圆所在的平面,  $C$  是圆上异于  $A$ 、 $B$  的任一点, 则二面角  $A-PC-B$  为\_\_\_\_\_°.

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 45 分. 要写出必要的文字说明、证明过程和验算步骤)

31. (6 分) 设集合  $A=\{x|x^2-x-6<0\}$ ,  $B=\{x|x-a\geq 0\}$

(1) 若  $A\cap B=\emptyset$ , 求实数  $a$  的取值范围.

(2) 是否存在实数  $a$ , 使得  $A\cap B=\{x|0\leq x<3\}$ ? 若存在, 求出  $a$  的值及对应的  $A\cup B$ ; 若不存在, 请说明理由.

32. (6 分) 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且满足  $a_n+2S_nS_{n-1}=0(n\geq 2)$ ,  $a_1=\frac{1}{2}$ .

(1) 求证  $\left\{\frac{1}{S_n}\right\}$  是等差数列;

(2) 求  $a_n$ .



33. (7 分) 平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知圆心在第二象限、半径为  $2\sqrt{2}$  的圆  $C$  与直线  $y = x$  相切于坐标原点  $O$ . 椭圆  $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{9} = 1$  与圆  $C$  的一个交点到椭圆两焦点的距离之和为 10.

(1) 求圆  $C$  的方程.

(2) 试探究圆  $C$  上是否存在异于原点的点  $Q$ , 使  $Q$  到椭圆右焦点  $F$  的距离等于线段  $OF$  的长. 若存在, 请求出点  $Q$  的坐标; 若不存在, 请说明理由.

34. (8 分) 某公司生产一种产品, 每年投入固定成本 0.5 万元, 此外, 每生产 100 件这种产品还需要增加投入 0.25 万元, 经测算, 市场对该产品的年需求量为 500 件, 且当出售的这种产品的数量为  $t$  (单位: 百件) 时, 销售所得的收入约为  $5t - \frac{t^2}{2}$  (万元).

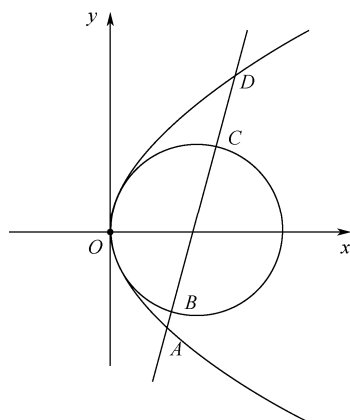
(1) 若该公司这种产品的年产量为  $x$  (单位: 百件). 试把该公司生产并销售这种产品所得的年利润  $y$  表示为年产量  $x$  的函数;

(2) 当该公司的年产量  $x$  为多大时, 当年所得利润  $y$  最大?

35. (9 分) 设抛物线的顶点在原点, 焦点是圆  $x^2+y^2=6x$  的圆心.

(1) 求此抛物线的标准方程;

(2) 过抛物线焦点且斜率为 2 的直线与抛物线和圆分别交于  $A$ 、 $D$ 、 $B$ 、 $C$  四点, 求  $\triangle OAB$  与  $\triangle OCD$  的面积之和.



36. (9 分) 口袋中有 7 个红球, 3 个黄球, 若从口袋中任取 3 球, 求取出的 3 个球中黄球个数的概率分布.

# 普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（九）

## 数 学

（试卷总分 120 分 考试时间 120 分钟）

一、选择题（本大题共 15 小题，每小题 3 分，共 45 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

- 若集合  $P = \{x | 2 \leq x < 4\}$ ,  $Q = \{x | x \geq 3\}$ , 则  $P \cap Q$  等于 ( ).  
 A.  $\{x | 3 \leq x < 4\}$  B.  $\{x | 3 < x < 4\}$   
 C.  $\{x | 2 \leq x < 3\}$  D.  $\{x | 2 \leq x \leq 3\}$
- 如果  $a > b$ , 那么下列不等式恒成立的是 ( ).  
 A.  $a^2 > b^2$  B.  $ac > bc$   
 C.  $\lg(a-b) > 0$  D.  $\left(\frac{1}{2}\right)^a < \left(\frac{1}{2}\right)^b$
- $x^2 = y^2$  是  $x = y$  的 ( ).  
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件  
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 下列函数中, 既是奇函数, 又是定义域内的增函数的是 ( ).  
 A.  $y = \log_3 x$  B.  $y = x^2$   
 C.  $y = 2^x$  D.  $y = x^3$
- 为了得到函数  $y = \sin 3x + \cos 3x$  的图像, 可以将函数  $y = \sqrt{2} \sin 3x$  的图像 ( ).  
 A. 向右平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位长度  
 B. 向右平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位长度  
 C. 向左平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位长度  
 D. 向左平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位长度
- 已知  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  为单位向量, 其夹角为  $60^\circ$ , 则  $(2\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{b} =$  ( ).  
 A. -1 B. 0  
 C. 1 D. 2

- 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对应的边分别为  $a, b, c$ , 若  $3a = 2b$ , 则  $\frac{2\sin^2 B - \sin^2 A}{\sin^2 A}$  的值为 ( ).  
 A.  $-\frac{1}{9}$  B.  $\frac{1}{3}$   
 C. 1 D.  $\frac{7}{2}$
- 设等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $S_2 = 3$ ,  $S_4 = 15$ , 则  $S_6 =$  ( ).  
 A. 31 B. 32  
 C. 63 D. 64
- 等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_2$  和  $a_{13}$  是方程  $x^2 - 2x - 3 = 0$  的两个根, 则前 14 项之和为 ( ).  
 A. 20 B. 16  
 C. 14 D. 17
- 直线  $(a-2)x + 3y + a = 0$  与直线  $ax + (a-2)y + 6 = 0$  互相垂直, 则  $a =$  ( ).  
 A. 2 B. 2或3  
 C. -2 D. -2或3
- 已知方程  $\frac{x^2}{2-k} + \frac{y^2}{2k-1} = 1$  表示焦点在  $y$  轴上的椭圆, 则实数  $k$  的取值范围为 ( ).  
 A.  $[\frac{1}{2}, 2]$  B.  $(1, +\infty)$   
 C.  $(1, 2)$  D.  $[\frac{1}{2}, 1]$
- 有 6 名男医生、5 名女医生, 从中选出 2 名男医生、1 名女医生组成一个医疗小组, 则不同的选法共有 ( ).  
 A. 60 种 B. 70 种  
 C. 75 种 D. 150 种
- 抛物线  $y = -x^2$  的准线方程为 ( ).  
 A.  $y = -\frac{1}{4}$  B.  $x = -\frac{1}{4}$   
 C.  $x = \frac{1}{4}$  D.  $y = \frac{1}{4}$
- 在  $(2 - \sqrt{3}x)^{10}$  的展开式中,  $x^{10}$  的系数是 ( ).  
 A.  $-3^5$  B. 1  
 C.  $3^5$  D.  $2^{10}$
- 设直线  $a, b, c$  和平面  $\alpha, \beta, \gamma$ , 下列 4 个命题:  
 ①  $\alpha \perp \beta, \beta \perp \gamma$ , 则  $\alpha \perp \gamma$ ; ②  $a \perp \alpha, a \perp \beta$ , 则  $\alpha \parallel \beta$ ;  
 ③  $\alpha \parallel \beta, \beta \parallel \gamma$ , 则  $\alpha \parallel \gamma$ ; ④  $a \parallel \alpha, a \parallel \beta$ , 则  $\alpha \parallel \beta$ ;  
 其中正确的是 ( ).  
 A. ①③ B. ①④  
 C. ②③ D. ②④

二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分）

16. 函数  $f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & x \leq 1, \\ x^2-x-3, & x > 1, \end{cases}$  则  $f\left(\frac{1}{f(3)}\right)$  的值为\_\_\_\_\_.

17. 函数  $f(x) = \frac{1}{2^x-16} + \log \sqrt{5-x}$  的定义域为\_\_\_\_\_（用区间表示）.

18. 计算:  $\left(\frac{16}{81}\right)^{-\frac{3}{4}} + \log_3 \frac{5}{4} + \log_3 \frac{4}{5} =$ \_\_\_\_\_.

19. 函数  $y = x^2 - ax + 3$  在  $(1, +\infty)$  上是增函数, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

20. 函数  $y = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x + \cos^2 x$  的最小正周期为\_\_\_\_\_.

21. 在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 7$ , 公差为  $d$ , 前  $n$  项和为  $S_n$ , 当且仅当  $n = 8$  时  $S_n$  取最大值, 则  $d$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

22. 已知向量  $\vec{a}, \vec{b}$  若  $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2, \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\pi}{3}$ , 则  $|2\vec{a} - \vec{b}|$  \_\_\_\_\_.

23. 角  $\alpha$  的终边在第四象限, 已知其终边上一点  $P(4, m)$ , 且  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ , 则  $m =$ \_\_\_\_\_.

24. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $x + 2y - 3 = 0$  被圆  $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$  截得的弦长为\_\_\_\_\_.

25. 已知  $a = 2^{\frac{1}{3}}, b = \log_2 \frac{1}{3}, c = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ , 则  $a, b, c$  的大小为\_\_\_\_\_.

26. 设双曲线  $C$  的两个焦点为  $(-\sqrt{2}, 0), (\sqrt{2}, 0)$ , 一个顶点是  $(1, 0)$ , 则  $C$  的方程为\_\_\_\_\_.

27. 在正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $E$  为棱  $DD_1$  的中点, 则异面直线  $A_1C_1$  与  $EB$  所成的角为\_\_\_\_\_.

28. 在平面直角坐标系中, 已知  $A(\sin 10^\circ, \cos 10^\circ), B(\cos 20^\circ, \sin 20^\circ)$ , 则线段  $AB$  的长度为\_\_\_\_\_.

29. 在大小为  $45^\circ$  的二面角  $A - EF - D$  中, 四边形  $ABFE$  与四边形  $CDEF$  都是边长为 1 的正方形, 则  $B, D$  两点间的距离是\_\_\_\_\_.

30. 某职业学校积极开展志愿者服务活动, 来自高二(一)班的 5 名学生(3 男 2 女)成立了“交通秩序维护”小分队, 若从该小分队任选两名同学进行交通秩序维护, 则恰是一男一女的概率为\_\_\_\_\_.

三、解答题（本大题共 7 小题，共 45 分。要写出必要的文字说明、证明过程和验算步骤）

31. (5 分) 设全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $P = \{x | x^2 + x - 2 \leq 0\}$ ,  $M = \{x | |x - a| < 4\}$ , 若  $M \subseteq \complement_U P$ , 求实数  $a$  的取值范围.

32. (6 分) 等差数列  $\{a_n\}$  中, 已知  $a_3 = -3, a_9 = -15$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 若数列  $\{a_n\}$  的前  $k$  项和  $S_k = -35$ , 求  $k$  的值.

33. (6 分) 某农户生产经销一种农副产品, 已知该产品的成本价为 20 元/千克. 经市场调查发现, 该产品每天的销售量  $W$  (千克) 与销售价  $x$  (元/千克) 有如下关系:  $W = -2x + 80$ , 设这种产品每天的销售利润为  $y$  (元).

(1) 当销售价定为多少元时, 每天的销售利润最大? 最大利润是多少?

(2) 如果物价部门规定这种产品的销售价不得高于 28 元/千克, 该农户要想每天获得不少于 150 元的销售利润, 销售价应控制在什么范围内?

34. (6 分) 某实验室一天的温度 (单位:  $^{\circ}\text{C}$ ) 随时间  $t$  (单位: h) 的变化近似满足函数关系:  $f(t) = 10 - \sqrt{3} \cos \frac{\pi}{12} t - \sin \frac{\pi}{12} t$ ,  $t \in [0, 24)$ .

(1) 求实验室这一天上午 8 时的温度;

(2) 求实验室这一天的最大温差.

35. (7 分) 从一批产品中抽取 6 件产品进行检查, 其中有 4 件一等品, 2 件二等品.

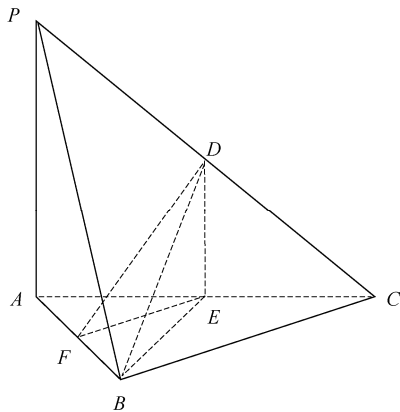
(1) 求从中任取一件为二等品的概率;

(2) 每次取一件, 有放回地抽取 3 次, 求取到二等品数  $\xi$  的概率分布.

36. (7 分) 如图, 在三棱锥  $P-ABC$  中,  $D, E, F$  分别为棱  $PC, AC, AB$  的中点. 已知  $PA \perp AC$ ,  $PA=6$ ,  $BC=8$ ,  $DF=5$ .

求证: (1) 直线  $PA \parallel$  平面  $DEF$  ;

(2) 平面  $BDE \perp$  平面  $ABC$  .



37. (8 分) 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的一个顶点为  $A(2,0)$ , 离心率为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 直线  $y=k(x-1)$  与椭圆  $C$  交与不同的两点  $M, N$ .

(1) 求椭圆  $C$  的方程;

(2) 当  $\triangle AMN$  的面积为  $\frac{\sqrt{10}}{3}$  时, 求  $k$  的值.

# 普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（十）

## 数 学

（试卷总分 120 分 考试时间 120 分钟）

一、选择题（本大题共 15 小题，每小题 3 分，共 45 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

1. 设集合  $M = \{x | x \geq -4\}$ ,  $N = \{x | x < 6\}$ , 则  $M \cup N =$  ( ).  
A.  $\{x | x \geq -4\}$  B.  $\mathbf{R}$   
C.  $\{x | -4 \leq x < 6\}$  D.  $\emptyset$
2. 下列命题正确的是 ( ).  
A. 若  $a > b$ , 则  $ac > bc$   
B. 若  $a > b$ , 则  $ac^2 > bc^2$   
C. 若  $a > b$ , 则  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$   
D. 若  $a > b$  且  $c > d$ , 则  $a + c > b + d$
3. “ $D^2 + E^2 - 4F \geq 0$ ” 是 “方程  $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$  表示圆” 的 ( ).  
A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既非充分又非必要条件
4. 函数  $y = -x^2 + 4x - 2$  在区间  $[1, 4]$  上的值域为 ( ).  
A.  $[-2, 2]$  B.  $[-2, 1]$   
C.  $[1, 2]$  D.  $[-4, 2]$
5. 下列函数中，既是偶函数又在区间  $(-\infty, 0)$  上单调递增的是 ( ).  
A.  $f(x) = \frac{1}{x^2}$   
B.  $f(x) = x^2 + 1$   
C.  $f(x) = x^3$   
D.  $f(x) = 2^{-x}$

6. 在等比数列  $\{a_n\}$  中，若满足  $\log_2 a_3 + \log_2 a_8 = 4$ , 则  $a_5 a_6 =$  ( ).  
A. 8 B. 6  
C. 16 D. 12
7. 在  $\triangle ABC$  中，若  $c^2 = a^2 + b^2 + ab$ , 则  $\angle C$  等于 ( ).  
A.  $30^\circ$  B.  $60^\circ$   
C.  $120^\circ$  D.  $150^\circ$
8. 已知  $\vec{a} = (3, 1)$ ,  $\vec{b} = (-2, x)$ , 若  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , 则  $x =$  ( ).  
A.  $\frac{2}{3}$  B.  $\frac{3}{2}$   
C. -6 D. 6
9. 已知点  $P(3, m)$  为  $y^2 = 4x$  上一点，则点  $P$  到抛物线的焦点  $F$  的距离为 ( ).  
A. 2 B. 3  
C. 4 D.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}m$
10. 直线  $3x - 4y - 4 = 0$  被圆  $x^2 + y^2 - 6x = 0$  截得的弦长为 ( ).  
A.  $2\sqrt{2}$  B. 4  
C.  $4\sqrt{2}$  D. 2
11. 以椭圆  $9x^2 + 25y^2 = 255$  的焦点为焦点，离心率  $e = 2$  的双曲线的标准方程为 ( ).  
A.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$   
B.  $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$   
C.  $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{4} = 1$   
D.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{20} = 1$
12. 已知  $\tan \alpha = 2$ , 则  $\log_5 \frac{1}{2} \sin \alpha + \log_5 \cos \alpha$  的值是 ( ).  
A. 1 B. -1  
C. 2 D. -2
13. 2 名女生，4 名男生站成一排，若 2 名女生必须相邻，则不同的排法种数为 ( ).  
A. 120 B. 720  
C. 240 D. 48
14. 函数  $y = \sin \omega x (\omega > 0)$  的最小正周期为  $\pi$ , 则该函数的一个单调递减区间是 ( ).  
A.  $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$  B.  $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$   
C.  $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{3}\right]$  D.  $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$
15. 在一个  $45^\circ$  的二面角的一个面内，有一条直线与另一个平面所成的角为  $30^\circ$ , 则此直线与二面角的棱所成的角为 ( ).  
A.  $90^\circ$  B.  $45^\circ$

C.  $60^\circ$ D.  $30^\circ$ 

## 二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分）

16. 设函数  $f(x) = \begin{cases} \lg x, & x > 0 \\ 10^x, & x \leq 0 \end{cases}$ , 则  $f\{f(-2)\} =$ \_\_\_\_\_.17. 函数  $f(x) = \lg(3-x) + \frac{5}{\sqrt{2x+3}}$  的定义域为\_\_\_\_\_.（用区间表示）18. 计算:  $\log_3 27 - \cos 0 + 3^{-\log_3 2} + (\sqrt{2}-1)^0 + C_7^2 =$ \_\_\_\_\_.19. 若函数  $f(x) = (p-2)x^2 + 2px - 5$  是偶函数, 则  $2^p =$ \_\_\_\_\_.20. 若  $(\frac{1}{3})^{x^2-x} > 9^{-x}$ , 则  $x$  的取值范围为\_\_\_\_\_.（用区间表示）21. 若  $3\sin^2 x - 2\cos^2 x = 2$ , 且  $x$  是第二象限角, 则  $\tan x =$ \_\_\_\_\_.22. 已知等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = \frac{9}{8}$ ,  $a_n = \frac{1}{3}$ , 公比  $q = \frac{2}{3}$ , 则  $n =$ \_\_\_\_\_.23. 已知  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$ ,  $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = 60^\circ$ , 则  $(2\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + 3\vec{b}) =$ \_\_\_\_\_.24. 过点  $P(3, -4)$  且与直线  $3x - 2y + 1 = 0$  平行的直线方程为\_\_\_\_\_.25. 在区间  $[-\pi, \pi]$  上, 满足  $\sin(3\pi - x) = -\frac{1}{2}$  的  $x$  值为\_\_\_\_\_.26. 若直线  $(1+a)x + y + 1 = 0$  与圆  $x^2 + y^2 - 2x = 0$  相切, 则  $a$  的值为\_\_\_\_\_.27. 在正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $BC_1$  与平面  $BB_1DD_1$  所成的角等于\_\_\_\_\_.28. 以抛物线  $y^2 = 8x$  的焦点为焦点, 以坐标轴为对称轴, 且过点  $P(2, 3)$  的双曲线方程为\_\_\_\_\_.29.  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{10}$  的展开式中二项式系数最大的项为\_\_\_\_\_.

30. 某战士射击一次击中 10 环的概率是 0.3, 则他连续射击 3 次恰好击中 10 环 2 次的概率是\_\_\_\_\_.

## 三、解答题（本大题共 7 小题，共 45 分。要写出必要的文字说明、证明过程和验算步骤）

31. (5 分) 已知  $A = \{x | 2a < a + 8\}$ ,  $B = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 5\}$ , 若  $A \cup B = \mathbf{R}$ , 求  $a$  的取值范围.32. (6 分) 在等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_2 = 3$ ,  $a_5 = 81$ .(1) 求  $a_n$ ;(2) 设  $b_n = \log_3 a_n$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

33. (6 分) 从 4 名男生和 2 名女生中任选 3 人参加演讲比赛, 求:

(1) 没有女生参加的概率;

(2) 参加比赛的女生人数的概率分布.



34. (6 分) 某景点试开放期间, 团队收费方案如下: 不超过 30 人时, 人均收费 120 元; 超过 30 人且不超过  $m$  ( $30 < m \leq 100$ ) 人时, 每增加 1 人, 人均收费降低 1 元; 超过  $m$  人时, 人均收费都按照  $m$  人时的标准. 设景点接待有  $x$  名游客的某团队, 收取总费用为  $y$  元.

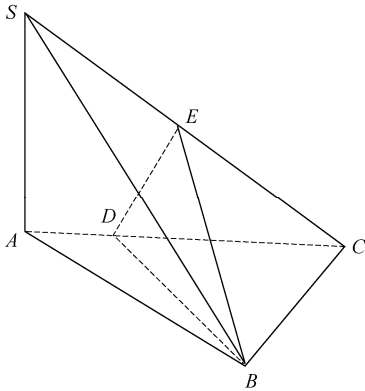
- (1) 求  $y$  关于  $x$  的函数表达式;
- (2) 景点工作人员发现: 当接待某团队人数超过一定数量时, 会出现随着人数的增加收取的总费用反而减少这一现象. 为了让收取的总费用随着团队中人数的增加而增加, 求  $m$  的取值范围.

35. (7 分) 设  $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$ , 已知  $\vec{a} = (m, \cos 2x)$ ,  $\vec{b} = (\sin 2x + 1, 1)$   $x \in \mathbf{R}$ , 且函数  $y = f(x)$  的图像经过点  $\left(\frac{\pi}{4}, 2\right)$ .

- (1) 求实数  $m$  的值.
- (2) 在 (1) 的基础上, 求函数  $y = f(x)$  取得最大值时  $x$  的取值集合.

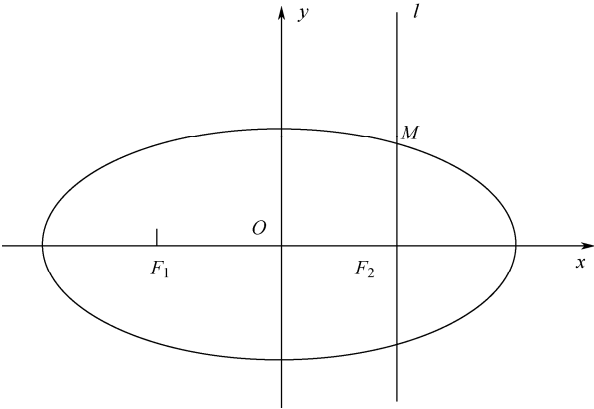
36. (7 分) 如图所示,  $\triangle ABC$  是直角三角形,  $\angle ABC=90^\circ$ ,  $AB=1$ ,  $BC=\sqrt{2}$ ,  $SA\perp$  平面  $ABCSB$  与平面  $ABC$  所成的角为  $45^\circ$ ,  $DE$  垂直平分  $SC$ , 且分别与  $AC$ 、 $SC$  交于  $D$ 、 $E$ .

- (1) 求证:  $SC\perp$  平面  $EDB$
- (2) 请找出二面角  $E-BD-C$  的平面角, 并说出理由.



37. (8 分) 椭圆  $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$  的左、右焦点分别为  $F_1$ 、 $F_2$ , 过右焦点  $F_2$  且与  $x$  轴垂直的直线  $l$  与椭圆交于点  $M(\sqrt{2},1)$ .

- (1) 求椭圆的方程;
- (2) 设椭圆的一个顶点为  $B(0,-b)$ , 直线  $BF_2$  交椭圆于另一个点  $N$ , 求  $\triangle F_1BN$  的面积.



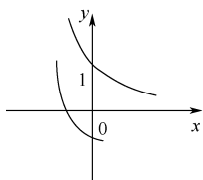
# 普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（十一）

## 数 学

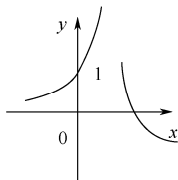
（试卷总分 120 分 考试时间 120 分钟）

一、选择题（本大题 15 个小题，每小题 3 分，共 45 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

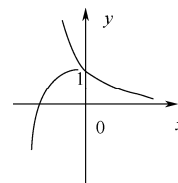
- 已知集合  $\{a, b\}$   $A = \{a, b, c\}$ , 则符合条件的集合  $A$  的个数为 ( ).  
A. 1 个 B. 2 个  
C. 3 个 D. 4 个
- 如果  $a, b$  是任意实数, 且  $a > b$ , 那么下列各不等式恒成立的是 ( ).  
A.  $a^2 > b^2$  B.  $\frac{b}{a} < 1$   
C.  $\lg a > \lg b$  D.  $2^{-a} < 2^{-b}$
- $|x| > 1$  是  $|x+2| > 3$  的 ( ).  
A. 充分必要条件 B. 充分不必要条件  
C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件
- 下列各组函数中, 表示同一个函数的是 ( ).  
A.  $f(x) = x, g(x) = (x^2)^{\frac{1}{2}}$   
B.  $f(x) = |x|, g(x) = \sqrt[3]{x^3}$   
C.  $f(x) = x, g(x) = \sqrt{x^2}$   
D.  $f(x) = \left| \lg\left(\frac{1}{2}\right)^x \right|, g(x) = |x| \lg 2$
- 在下列图像中, 二次函数  $y = ax^2 + bx$  与指数函数  $y = \left(\frac{b}{a}\right)^x$  的图像只可能是 ( ).



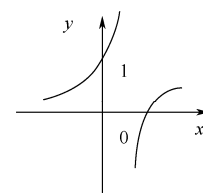
A.



C.



C.



D.

- 不等式  $5^{x^2+2x-3} < 1$  的解集是 ( ).  
A.  $(-3, 1)$  B.  $(-1, 3)$   
C.  $(-4, 2)$  D.  $(-2, 4)$
- 下列函数中, 在区间  $(0, 2)$  上是增函数的是 ( ).  
A.  $y = 3 - x$  B.  $y = x^2 + 2x - 1$   
C.  $y = \frac{1}{x}$  D.  $y = \frac{1}{|x|}$
- 已知等差数列  $\{a_n\}$  的前 15 项之和  $S_{15} = 90$ , 则  $a_8 =$  ( ).  
A. 12 B. 6  
C.  $\frac{45}{4}$  D.  $\frac{45}{2}$
- 已知  $\sin \alpha = 2 \cos \alpha$ , 则  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$  的值是 ( ).  
A.  $\frac{2}{5}$  B.  $\frac{1}{5}$   
C.  $\frac{3}{5}$  D.  $\frac{4}{5}$
- 函数  $y = 3 \sin 2x$  的图像可以看作把函数  $y = 3 \sin(2x - \frac{\pi}{3})$  的图像向 ( ) 而得.  
A. 左移  $\frac{\pi}{3}$  B. 右移  $\frac{\pi}{3}$   
C. 左移  $\frac{\pi}{6}$  D. 右移  $\frac{\pi}{6}$
- 已知  $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 6, \vec{a} \cdot \vec{b} = 6\sqrt{3}$ , 则  $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle =$  ( ).  
A.  $30^\circ$  B.  $45^\circ$   
C.  $60^\circ$  D.  $150^\circ$
- 过点  $C(-3, 4)$ , 且与过两点  $M(-1, -2), N(2, 3)$  的直线平行的直线方程为 ( ).  
A.  $3y - 5x + 27 = 0$  B.  $5x + 3y + 3 = 0$   
C.  $5x - 3y + 27 = 0$  D.  $3x + 5y - 11 = 0$
- 以下关于  $\alpha, \beta, \gamma$  的命题  
 $\alpha \perp \beta, \beta \perp \gamma \Rightarrow \alpha \perp \gamma$ ;  
 $\alpha \perp \beta, \beta \perp \gamma \Rightarrow \alpha \parallel \gamma$ ;  
 $\alpha \parallel \beta, \beta \parallel \gamma \Rightarrow \alpha \parallel \gamma$ .  
其中正确的是 ( ).

A.

B.

C.

D.



32. (6 分) 已知数列  $\{a_n\}$  中, 前  $n$  项和为  $S_n = -2n^2 - n$ .

求: (1) 数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

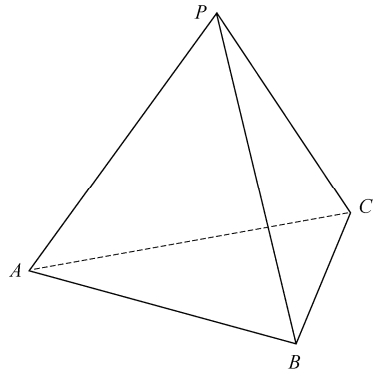
(2) 求  $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{20}$  的值.

33. (5 分) 某学校组织技能比赛, 张勇和李军分别参加车工组和钳工组比赛, 张勇获一等奖的概率是  $\frac{4}{5}$ , 李军获一等奖的概率是  $\frac{3}{4}$ .

求: (1) 两人都获一等奖的概率;

(2) 至少有一人获一等奖的概率.

34. (7 分) 如图,  $PA=PC$ ,  $\angle APC = \angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle BAC = 30^\circ$ , 平面  $PAC \perp$  平面  $ABC$ .
- (1) 求证: 平面  $PAB \perp$  平面  $PBC$ ;
- (2) 求二面角  $P-AB-C$  的平面角的正切值.



35. (8 分) 直线  $2x-y-1=0$  和抛物线  $y^2=12x$  交于  $A$ 、 $B$  两点, 求以  $AB$  为直径的圆的标准方程.

# 普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（十二）

## 数 学

（试卷总分 120 分 考试时间 120 分钟）

一、选择题（本大题共 15 小题，每小题 3 分，共 45 分，在每小题所给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

1. 设集合  $M = \{x | x \leq 3\}$ ,  $N = \{x | x \geq 2\}$ , 则  $M \cup N =$  ( ).  
A.  $\{x | x \leq 3\}$  B.  $\{x | x \geq 2\}$   
C.  $\mathbf{R}$  D.  $\{x | 2 \leq x \leq 3\}$
2. 下列命题正确的是 ( ).  
A. 若  $a > b$ , 则  $a^2 > b^2$  B. 若  $a > b$ ,  $c > d$ , 则  $a - c > b - d$   
C. 若  $a > b$ , 则  $\ln a > \ln b$  D. 若  $ac^2 > bc^2$ , 则  $a > b$
3. “ $2^a = 2^b$ ” 是 “ $a = b$ ” 的 ( ).  
A. 充分不必要条件 B. 充要条件  
C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 下列函数中，既是偶函数又在区间  $(0, +\infty)$  内是单调增函数的是 ( ).  
A.  $y = -x^2$  B.  $y = 2x^2$   
C.  $y = \cos x$  D.  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{|x|}$
5.  $y = -\cos x$  的图像可由  $y = \sin x$  的图像 ( ) 得到.  
A. 向右平移  $\frac{\pi}{2}$  个单位 B. 向左平移  $\frac{\pi}{2}$  个单位  
C. 向左平移  $\pi$  个单位 D. 向右平移  $\pi$  个单位
6. 已知向量  $\vec{a} = (-4, 3)$ ,  $\vec{b} = (3, 4)$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  ( ).  
A. 垂直 B. 平行且同向  
C. 平行且反向 D. 不垂直也不平行
7. 下列函数中，周期为  $2\pi$  的偶函数是 ( ).  
A.  $y = \sin 2x \cos 2x$  B.  $y = \cos^2 x - \sin^2 x$   
C.  $y = 1 + \cos x$  D.  $y = \sin x - \cos x$

8. 等差数列  $\{a_n\}$  中，若前 9 项之和等于 27，则  $a_2 + a_8 =$  ( ).  
A. 12 B. 18  
C. 5 D. 6

9. 等比数列  $\{a_n\}$  中，若  $a_3 = -16$ ,  $a_7 = -1$ , 则  $a_5$  的值为 ( ).  
A. 4 或 -4 B. -4  
C. 4 D. 不存在

10. 已知奇函数  $f(x)$  在  $[2, 6]$  上是增函数，且有最大值 5，则  $f(x)$  在  $[-6, -2]$  上是 ( ).  
A. 增函数且有最小值 -5 B. 增函数且有最大值 -5  
C. 减函数且有最小值 -5 D. 减函数且有最大值 -5

11. 抛物线  $y = 4x^2$  的焦点坐标为 ( ).  
A.  $(1, 0)$  B.  $(-1, 0)$   
C.  $\left(0, \frac{1}{16}\right)$  D.  $\left(0, -\frac{1}{16}\right)$

12. 某天上午共有四节课，排语文、数学、体育、信息课，其中体育不排在前两节，那么这天上午课程表的不同排法种数是 ( ).

- A. 18 B. 12  
C. 9 D. 6

13. 在二项式  $(2x-1)^5$  展开式中，含  $x^3$  的项的系数是 ( ).

- A. 80 B. -80  
C. 40 D. -40

14. 点  $(2, -1)$  关于直线  $x - y + 1 = 0$  的对称点的坐标为 ( ).

- A.  $(2, -3)$  B.  $(-2, -3)$   
C.  $(-3, 2)$  D.  $(-2, 3)$

15. 已知点  $P$  是  $\triangle ABC$  所在平面外一点，若点  $P$  到  $\triangle ABC$  三边的距离相等，则点  $P$  在平面  $ABC$  内的射影  $O$  是  $\triangle ABC$  的 ( ).

- A. 重心 B. 垂心  
C. 外心 D. 内心

二、填空题（本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分）

16. 已知  $f(x) = \begin{cases} 3x & x \in (-\infty, 0] \\ \lg x & x \in (0, +\infty) \end{cases}$ , 则  $f[f(1)] =$  \_\_\_\_\_.

17. 函数  $f(x) = \log_2(4 - x^2) + \sqrt{x+1}$  的定义域是 \_\_\_\_\_.

18. 计算:  $(-27)^{\frac{1}{3}} + (\pi - 1)^0 - \sin 3\pi + 2^{\log_2 3} =$  \_\_\_\_\_.

19. 若  $\log_a \frac{3}{4} > 1$ , 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

20. 设  $f(x) = ax^3 + b \sin x + 2$ , 若  $f(3) = 5$ , 则  $f(-3) =$  \_\_\_\_\_.

21. 在等比数列中,  $a_1 + a_2 = 20$ ,  $a_3 + a_4 = 40$ , 则  $a_7 + a_8 =$ \_\_\_\_\_.

22. 已知  $\vec{a} = (3, -4)$ ,  $\vec{b} = (2, 3)$ , 则  $2|\vec{a}| - 3\vec{a} \cdot \vec{b} =$ \_\_\_\_\_.

23. 已知  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{7}{5}$ , 则  $\sin 2\alpha =$ \_\_\_\_\_.

24. 直线  $l_1: x + ay + 6 = 0$  与  $l_2: (a - 2)x + 3y + a = 0$  平行, 则  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

25. 函数  $f(x) = \log_3(x^2 - 2x)$  的单调递增区间是\_\_\_\_\_.

26. 双曲线  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$  的两焦点为  $F_1, F_2$ , 经过右焦点  $F_2$  的直线与双曲线的右支交于  $A, B$  两点,  $|AB| = 10$ , 则  $\triangle ABF_1$  的周长为\_\_\_\_\_.

27. 二面角  $\alpha - l - \beta$  为  $60^\circ$ , 其内有一点  $P$  满足  $PA \perp \alpha$  于  $A$ ,  $PB \perp \beta$  于  $B$ , 则  $\angle APB$  的大小为\_\_\_\_\_.

28. 在  $\triangle ABC$  中, 若  $\angle C = \frac{\pi}{3}$ , 则  $\cos A \cos B - \sin A \sin B =$ \_\_\_\_\_.

29. 正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中, 直线  $A_1C$  与  $AB_1$  所成的角为\_\_\_\_\_.

30. 从 5, 6, 7, 8, 9 中任选 3 个数字组成一个无重复数字的三位数, 则这个三位数是奇数的概率为\_\_\_\_\_.

### 三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 45 分. 要写出必要的文字说明、证明过程和验算步骤)

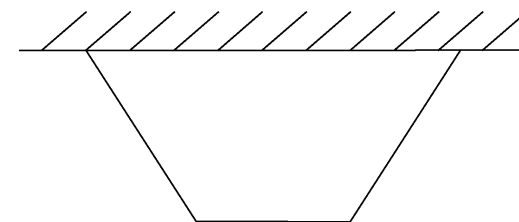
31. (5 分) 已知集合  $A = \{x | x^2 + x - 6 \geq 0\}$ ,  $B = \{x | |x + a| < 2\}$ , 且  $A \cap B \neq \emptyset$ , 求实数  $a$  的取值范围.

32. (6 分) 在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 2$ ,  $a_1 + a_2 + a_3 = 12$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 令  $b_n = 2^{a_n}$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

33. (7 分) 某农户利用一面旧墙为一边, 用篱笆围成一块底角为  $60^\circ$  的等腰梯形菜地. 已知现有材料可围成 30 米的篱笆, 当等腰梯形的腰长为多少时, 所围成的菜地面积最大, 最大面积是多少?





34. (7 分) 在  $\triangle ABC$  中,  $a, b, c$  分别为内角  $A, B, C$  的对边, 且  $b^2 + c^2 - a^2 = bc$ .

(1) 求角  $A$  的大小;

(2) 设函数  $f(x) = \sin x + 2\cos^2 \frac{x}{2}$ , 当  $a = 2$ ,  $f(B) = \sqrt{2} + 1$  时, 求  $b$ .

35. (7 分) 已知直线与抛物线  $x^2 = 2py$  有公共点  $A(2, -1)$ , 且直线  $l$  与直线  $x + y = 0$  平行.

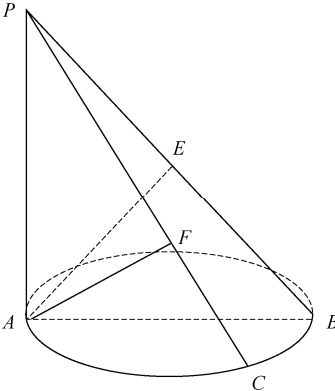
(1) 求抛物线的方程;

(2) 求抛物线的焦点到直线  $l$  的距离.

36. (6 分) 一份数学课堂练习中有 2 道选择题，每个选择题都有 4 个选项且只有一个选项正确，某学生随便填写了 2 个题目的选项，求选项正确的题目个数  $\xi$  的概率分布.

37. (7 分) 如图，已知  $AB$  是圆  $O$  的直径， $C$  是圆周上一点， $PA$  垂直于圆  $O$  所在的平面， $AE \perp PB$  于点  $E$ ， $AF \perp PC$  于  $F$ ，且  $AE=2$ ， $AF=1$ .

- (1) 求证： $AF \perp$  平面  $PBC$ ;
- (2) 求二面角  $A-PB-C$  的大小.



# 普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（十三）

## 数 学

（试卷总分 120 分 考试时间 120 分钟）

一、选择题（本大题 15 个小题，每小题 3 分，共 45 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

1. 设  $a = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ ,  $M = \{x | x \leq \sqrt{10}\}$ , 则下列各式中正确的是 ( ) .

- A.  $a \subseteq M$  B.  $M \subseteq \{a\}$   
C.  $\{a\} \in M$  D.  $\{a\} \subseteq M$

2. 如果  $a, b, c$  是任意实数, 已知  $c < b < a$ , 那么下列各不等式一定成立的是 ( ) .

- A.  $ab > ac$  B.  $c(b-a) < 0$   
C.  $cb^2 < ab^2$  D.  $ac(a-c) > 0$

3. 下列命题正确的是 ( ) .

- A. “ $a=0$ ”是“ $ab=0$ ”的必要条件  
B. “两三角形面积相等”是“这两个三角形全等”的充要条件  
C. “ $(x+1)^2 + |y-1| = 0$ ”与“ $x=-1$ 且 $y=1$ ”等价  
D. “ $\sin A = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ”是“ $\angle A = 45^\circ$ ”的充分条件”

4. 下列各组函数中, 表示同一个函数的是 ( ) .

- A.  $f(x)=x, g(x)=(x^2)^{\frac{1}{2}}$  B.  $f(x)=|x|, g(x)=\sqrt[3]{x^3}$   
C.  $f(x)=x, g(x)=\sqrt{x^2}$  D.  $f(x)=\frac{x}{x^2}, g(x)=\frac{1}{x}, g(x)=\frac{1}{x}$

5. 函数  $f(x) = \frac{1}{\log_2(-x^2+4x-3)}$  的定义域为 ( ) .

- A.  $(1,2) \cup (2,3)$  B.  $(-\infty,1) \cup (3,+\infty)$   
C.  $(2,3)$  D.  $[1,3]$

6. 方程  $\log_2(x+4) = 3^x$  的实数根的个数为 ( ) .

- A. 0 B. 1  
C. 2 D. 3

7. 若奇函数  $f(x)$  在区间  $[3,7]$  上是增函数且有最小值 5, 则  $f(x)$  在  $[-7,-3]$  上是 ( ) .

- A. 减函数且有最小值 -5

B. 减函数且有最大值 -5

C. 增函数且有最小值 -5

D. 增函数且有最大值 -5

8. 设  $S_n$  是等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 若  $\frac{a_5}{a_3} = \frac{5}{9}$ , 则  $\frac{S_9}{S_5} = ( )$  .

- A. 1 B. -1  
C. 2 D.  $\frac{3}{5}$

9. 以椭圆  $9x^2 + 25y^2 = 225$  的焦点为焦点, 离心率  $e=2$  的双曲线的标准方程为 ( ) .

- A.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$  B.  $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$   
C.  $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{4} = 1$  D.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{20} = 1$

10.  $\left(2x^3 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^7$  的展开式中, 常数项是 ( ) .

- A. 14 B. -14  
C. 42 D. -42

11. 空间四边形  $ABCD$  中,  $AC=BD$ ,  $E, F, G, H$  分别为  $AB, BC, CD, DA$  的中点, 则四边形  $EFGH$  为 ( ) .

- A. 平行四边形 B. 矩形  
C. 正方形 D. 菱形

12. 甲、乙两队进行篮球比赛, 甲队获胜的概率为 0.6, 如果两队比赛三场, 则甲队恰胜两场的概率是 ( ) .

- A.  $0.6^2$  B.  $0.6^2 \times 0.4$   
C.  $3 \times 0.6^2 \times 0.4$  D.  $3 \times 0.6 \times 0.4^2$

13. 下列四个命题:

- (1) 一条直线和一个平面平行, 就和这个平面内所有直线平行;  
(2) 过平面外一点, 只有一条直线和这个平面垂直;  
(3) 过一个平面外一点, 只能引一条直线和这个平面平行;  
(4) 一条直线和一个平面垂直, 就和这个平面内所有直线垂直.

其中, 正确的命题的个数是 ( ) .

- A. 0 个 B. 1 个  
C. 2 个 D. 3 个

14. 2016 年杭州 G<sub>20</sub> 国际峰会上, 某高校有 14 名志愿者参加接待工作, 若每天排早、中、晚三班, 每班 4 人, 每人每天最多值一班, 则开幕式当天不同的排班种数为 ( ) .

- A.  $C_{14}^{12} C_{12}^4 C_8^4$  B.  $C_{14}^{12} P_{12}^4 P_8^4$   
C.  $C_{14}^{12} C_{12}^4 C_8^4 P_3^3$  D.  $\frac{C_{14}^{12} C_{12}^4 C_8^4}{P_3^3}$



33. (6 分) 一个袋子中有 6 个红球和 4 个蓝球, 它们除了颜色外, 其他地方没有差别, 采用无放回的方式从袋中任取 3 个球, 取到蓝球的数目用  $\xi$  表示.

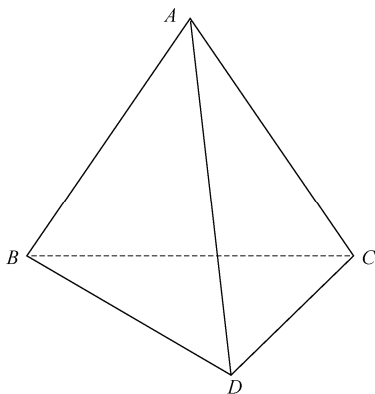
(1) 求随机变量  $\xi$  的概率分布; (2) 求  $P(\xi \geq 1)$ .

34. (6 分) 已知函数  $f(x) = \sin 2x + \sqrt{2} \cos 2x$ . 求:

(1) 函数的最小正周期;

(2) 函数的单调递增区间.

35. (7 分) 如图, 已知平面  $ABC \perp$  平面  $BCD$ ,  $AB \perp AC$ ,  $BC \perp CD$ .  
求证: (1) 平面  $ABD \perp$  平面  $ACD$ ;  
(2) 若  $AB=AC=CD$ , 求二面角  $A-BD-C$  的大小.



36. (8 分) 设抛物线的对称轴为坐标轴, 顶点在原点, 焦点在  $x^2 + y^2 - 2x = 0$  的圆心. 过焦点作倾斜角为  $45^\circ$  的直线与抛物线交于  $A$ 、 $B$  两点.  
求: (1)  $AB$  的中点  $M$  的坐标;  
(2) 求线段  $AB$  的长度.

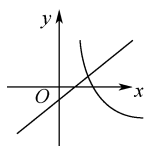
# 普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（十四）

## 数 学

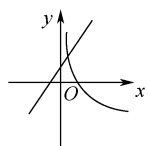
（试卷总分 120 分 考试时间 120 分钟）

一、选择题（本大题 15 个小题，每小题 3 分，共 45 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

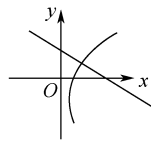
1. 设全集  $U = \{a, b, c\}$ ,  $M = \{c\}$ ,  $N = \complement_U M$ , 则  $M \cap N =$  ( ).  
A.  $\{a\}$       B.  $\{b\}$       C.  $\{a, b\}$       D.  $\emptyset$
2. 下列命题中，正确的是 ( ).  
A. 若  $a > b$ , 则  $ac > bc$       B. 若  $a > b$ , 则  $ac^2 > bc^2$   
C. 若  $a > b$ , 则  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$       D. 若  $a > b$ , 则  $a + c > b + c$
3. 条件  $p: |x| > 6$ , 结论  $q: x < -6$ , 则下列判断正确的是 ( ).  
A. 条件  $P$  是结论  $Q$  的充分但不必要条件  
B. 条件  $P$  是结论  $Q$  的充要条件  
C. 条件  $P$  是结论  $Q$  的必要但不充分条件  
D. 以上答案都不对
4. 下列函数中，既是偶函数又在区间  $(0, +\infty)$  上是单调减函数的是 ( ).  
A.  $y = \log_{0.1} |x|$       B.  $y = 2^{x^2}$   
C.  $y = -2x^2 + 2x$       D.  $y = \cos x$
5.  $y = x - a$  与  $y = \log_a x$  在同一坐标系下的图像可能是 ( ).



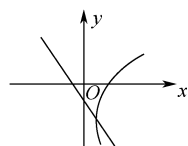
A.



B.



C.



D.

6. 函数  $y = 1 + 3^x$  的值域是 ( ).  
A.  $(-\infty, +\infty)$   
B.  $[1, +\infty)$   
C.  $(1, +\infty)$

D.  $(3, +\infty)$

7. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=3$ ,  $\angle B=60^\circ$ ,  $BC=2$ , 则  $AC=$  ( ).  
A.  $\sqrt{7}$   
B.  $\sqrt{10}$   
C. 4  
D.  $\sqrt{19}$
8. 函数  $y = 2\sin(2x + \frac{\pi}{4})$  的图像, 可由函数  $y = 2\sin 2x$  的图像 ( ) 而得到.  
A. 向左平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位  
B. 向右平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位  
C. 向左平移  $\frac{\pi}{8}$  个单位  
D. 向右平移  $\frac{\pi}{8}$  个单位
9. 在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_3, a_{12}$  是方程  $x^2 - x - 3 = 0$  的两根, 则前 14 项的和  $S_{14} =$  ( ).  
A. 20      B. 16  
C. 12      D. 7
10. 若  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的长度分别为 4 和 3, 其夹角为  $60^\circ$ , 则  $|\vec{a} - \vec{b}|$  的值为 ( ).  
A.  $\sqrt{37}$       B.  $\sqrt{13}$   
C. 5      D. 1
11. 过点  $(1,1)$  且与直线  $x + 2y - 1 = 0$  垂直的直线方程为 ( ).  
A.  $2x - y - 1 = 0$   
B.  $2x - y - 3 = 0$   
C.  $x + 2y - 3 = 0$   
D.  $x - 2y + 1 = 0$
12. 直线  $y = 2x + b (b \neq 0)$  与双曲线  $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{8} = 1$  的交点有 ( ).  
A. 3 个      B. 2 个  
C. 1 个      D. 0 个
13. 直线  $m$  和  $n$ , 平面  $\alpha$  和  $\beta$ , 则下列命题正确的是 ( ).  
A. 若  $m \subseteq \alpha$ ,  $n \subseteq \beta$ ,  $m \perp n$ , 则  $\alpha \perp \beta$   
B. 若  $m \subseteq \alpha$ ,  $n \subseteq \beta$ ,  $m \parallel n$ , 则  $\alpha \parallel \beta$   
C. 若  $m \parallel \alpha$ ,  $n \parallel \beta$ ,  $\alpha \parallel \beta$ , 则  $m \parallel n$   
D. 若  $m \perp \alpha$ ,  $n \perp \beta$ ,  $\alpha \perp \beta$ , 则  $m \perp n$
14. 某一圆周上有 12 个点, 以其中的每三个点为顶点画一个三角形, 一共可以画三角形的个数为 ( ).  
A. 36  
B. 220

- C. 660  
D. 1320

15. 口袋里装有 4 个黑球和 1 个白球，每次任取 1 个球，观察颜色后放回再重新抽取，求三次抽取中恰好有一次取到黑球的概率为（ ）.

- A.  $\frac{12}{125}$   
B.  $\frac{24}{125}$   
C.  $\frac{36}{125}$   
D.  $\frac{48}{125}$

## 二、填空题（本大题共 15 个小空，每空 2 分，共 30 分.）

16. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x}, & x < -1 \\ -2, & -1 \leq x < 0 \\ 3x - 4, & x \geq 0 \end{cases}$ ，则  $f[f(0)] =$ \_\_\_\_\_.

17. 函数  $f(x) = \frac{3x^2}{\sqrt{1-x}} + \lg(3x+1)$  的定义域为\_\_\_\_\_.

18. 不等式  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-3} > 4^{-x}$ ，则  $x$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

19. 计算： $\left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{3}} - \cos \pi - \log_2 \sqrt[3]{4} + C_9^7 =$ \_\_\_\_\_.

20. 函数  $f(x) = \sqrt{3} \sin x + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$  的最大值为\_\_\_\_\_.

21.  $\frac{1 - \tan 15^\circ}{1 + \tan 15^\circ} =$ \_\_\_\_\_.

22. 在等比数列  $\{a_n\}$  中，已知  $q = \frac{1}{2}$ ，则  $\frac{a_2 + a_5}{2a_4 + a_1}$  的值为\_\_\_\_\_.

23. 若已知  $\vec{a}(3, 4)$ ， $\vec{b}(2, -4)$ ，且  $\vec{a} + x\vec{b}(x \in \mathbf{R})$  与  $\vec{a} - \vec{b}$  垂直，则  $x =$ \_\_\_\_\_.

24. 圆  $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 2$  截直线  $x - y - 5 = 0$  所得弦长为\_\_\_\_\_.

25. 直线  $y = x - 2$  与抛物线  $y^2 = 4x$  交于  $A$ 、 $B$  两点，则线段  $AB$  的中点坐标为\_\_\_\_\_.

26.  $(1+2x)^6$  的展开式中  $x^4$  的系数是\_\_\_\_\_.

27. 四本不同的作文指导书被三名爱好者全借去，其中每人都至少借到一本，共有\_\_\_\_\_种不同的借阅方法.

28. 正三角形的边长为 4， $AD$  是  $BC$  边上的高，若沿  $AD$  折成直二面角，则点  $A$  到  $BC$  边的距离为\_\_\_\_\_.

29. 袋中有 4 个红球，4 个白球，从中任取 2 球，则两球颜色相同的概率为\_\_\_\_\_.

30. 50 件产品中，有 5 件次品，现从中任意抽取 3 件，恰有 2 件为次品的概率为\_\_\_\_\_（用分数做答）.

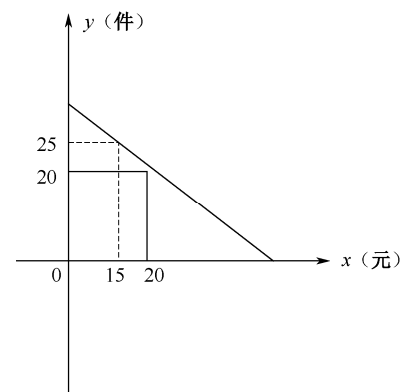
## 三、解答题（本大题共 7 小题，共 45 分. 要写出必要的文字说明、证明过程和验算步骤）

31.（5 分）已知集合  $A = \{x | x^2 + x - 6 \geq 0\}$ ， $B = \{x | |x + a| < 2\}$ ，且  $A \cap B = \emptyset$ ，求  $a$  的取值范围.

32.（6 分）某玩具每件成本 10 元，试销阶段每件产品的销售价  $x$ （元）与玩具的日销量  $y$ （件）之间的关系如图所示.

（1）求出日销量  $y$ （件）与销售价  $x$ （元）之间的函数关系式；

（2）要使每天的销售利润最大，每件玩具的销售价应定位为多少元？此时每天的销售利润是多少？





33. (7分) 已知  $f(x)$  是一次函数,  $f(2)$ ,  $f(5)$ ,  $f(4)$  依次成等比数列, 且  $f(8)=15$ .

(1) 求  $f(x)$ ;

(2) 设  $a_n = f(n)$ , 则数列  $\{a_n\}$  是否是等差数列?

(3) 求数列  $\{a_n\}$  的前  $2n$  项的和.

34. (6分) 已知向量  $\vec{m} = (a+c, b)$ ,  $\vec{n} = (a-c, a+b)$ , 且  $\vec{m} \perp \vec{n}$ , 其中  $A$ 、 $B$ 、 $C$  是  $\triangle ABC$  的内角,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  分别是角  $A$ ,  $B$ ,  $C$  的对边.

(1) 求角  $C$  的大小;

(2) 若  $a=10$ ,  $c=10\sqrt{3}$ , 求  $\triangle ABC$  的面积.

35. (7分) 设椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  过点  $(0, 4)$ , 离心率为  $\frac{3}{5}$ .

(1) 求  $C$  的方程;

(2) 求过点  $(3, 0)$  且斜率为  $\frac{4}{5}$  的直线被椭圆  $C$  所截线段的中点坐标.

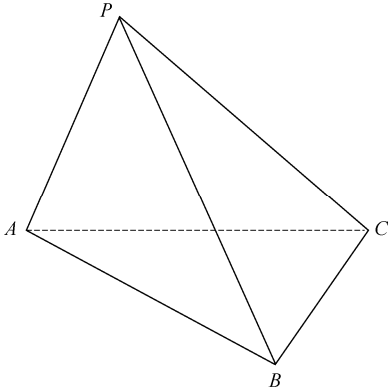
36. (7 分) 一个袋中装有 6 个红球和 4 个白球，它们除了颜色外，其他地方没有区别，采用无放回的方式从袋中任取 3 个球，取到白球的数目用  $\xi$  表示.

(1) 求离散型随机变量  $\xi$  的概率分布；(2) 求  $P(\xi \geq 2)$ .

37. (7 分) 如图， $PA=PC$ ， $\angle APC=\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle BAC=30^\circ$ ，平面  $PAC\perp$  平面  $ABC$ .

(1) 求证：面  $PAB\perp$  面  $PBC$ ；

(2) 求二面角  $P-AB-C$  的平面角的正切值.



# 普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（十五）

## 数 学

（试卷总分 120 分 考试时间 120 分钟）

一、选择题（本大题 15 个小题，每小题 3 分，共 45 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

- 集合  $U = \{-2, 3, a^2\}$ ,  $N = \{1, 3, a-1\}$ , 若  $M=N$ , 则  $a =$  ( ).  
A.  $\pm 1$  B. 1  
C. -1 D. 不存在
- 若  $a > b$ , 下列各项中正确的是 ( ).  
A.  $a^2 > b^2$  B.  $ac > bc$   
C.  $\ln(a-b) > 0$  D.  $(\frac{1}{2})^a < (\frac{1}{2})^b$
- “ $|a| = |b|$ ”是“ $a = b$ ”的 ( ) 条件.  
A. 必要不充分 B. 充分不必要  
C. 充分必要 D. 既不充分也不必要
- 已知  $f(x) = \frac{1}{3^x + 1} + t$  是奇函数, 则  $f(-1) =$  ( ).  
A.  $\frac{1}{4}$  B.  $-\frac{1}{2}$   
C.  $-\frac{1}{4}$  D.  $\frac{5}{4}$
- 不等式  $kx^2 - kx + 1 > 0$  对任意的实数  $x$  都成立, 则  $k$  的取值范围是 ( ).  
A.  $0 < k < 4$  B.  $k < 0$  或  $k > 4$   
C.  $0 \leq k < 4$  D.  $k \leq 0$  或  $k > 4$
- 函数  $y = \sin 4x + \cos 4x$  的最小值和最小正周期分别是 ( ).  
A.  $-2\sqrt{2}$ ,  $\pi$  B.  $-\sqrt{2}$ ,  $\frac{\pi}{2}$   
C.  $-2\sqrt{2}$ ,  $\frac{\pi}{2}$  D.  $-\sqrt{2}$ ,  $\pi$
- 在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_3, a_{12}$  是方程  $x^2 - x - 3 = 0$  的两根, 则前 14 项的和  $S_{14} =$  ( ).  
A. 20 B. 16  
C. 12 D. 7

- 已知角  $\theta$  终边上一点  $P(-3m, 4m)$ ,  $m > 0$ , 则  $\cos \theta =$  ( ).  
A.  $-\frac{4}{5}$  B.  $\frac{4}{5}$   
C.  $-\frac{3}{5}$  D.  $\frac{3}{5}$
- 设  $\vec{a} = (1, x)$ ,  $\vec{b} = (-8, -1)$ , 且  $(\vec{a} + \vec{b}) \perp (\vec{a} - \vec{b})$ , 则  $x =$  ( ).  
A. -8 B.  $\pm 8$   
C. 8 D. 不存在
- 下列函数中, 既是偶函数又在区间  $(0, +\infty)$  上是单调减函数的是 ( ).  
A.  $y = \log_{0.1}|x|$  B.  $y = 2^x$   
C.  $y = -2x^2 + 2x$  D.  $y = \cos x$
- 双曲线  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$  的两个焦点分别为  $F_1, F_2$ , 点  $P$  是双曲线上一点,  $|PF_1| = 8$ , 则  $|PF_2| =$  ( ).  
A. 2 或 10 B. 10  
C. 6 或 8 D. 2 或 14
- 空间垂直于同一条直线的两条直线 ( ).  
A. 互相平行 B. 互相垂直  
C. 异面或相交 D. 平行、异面或相交
- 从 3 名干部和 4 名学生中选 4 人去游园, 干部既不能全去, 也不能全不去, 则不同的选出种数是 ( ).  
A. 12 B. 18  
C. 24 D. 30
- $(x-2)^6$  的二项展开式中  $x^4$  的系数是 ( ).  
A. 60 B. -60  
C. 15 D. -15
- 口袋里有 4 个黑球和 1 个白球, 每次任取 1 个球, 观察球的颜色后放回再重新抽取, 三次抽取中恰好有一次取到黑球的概率为 ( ).  
A.  $\frac{12}{125}$  B.  $\frac{24}{125}$   
C.  $\frac{36}{125}$  D.  $\frac{48}{125}$

二、填空（本大题共 15 个小空，每空 2 分，共 30 分。）

- 已知两个集合  $A = \{(x, y) | 4x + y = 6\}$ ,  $B = \{(x, y) | 3x + 2y = 7\}$ , 则  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_.
- 函数  $y = \frac{1}{\sqrt{2x-1}} + \log_2(x-x^2)$  的定义域为 \_\_\_\_\_.
- 二次函数  $y = x^2 - 2x - 3$  的单调递增区间是 \_\_\_\_\_.
- 使函数  $y = \lg(\sin \theta \cos \theta)$  有意义的角  $\theta$  在第 \_\_\_\_\_ 象限.

20. 函数  $y = \sin \frac{\pi x}{2} - \sqrt{3} \cos \frac{\pi x}{2}$  的值域为\_\_\_\_\_.

21.  $\log_3 27 + (\frac{9}{27})^0 + (\frac{1}{125})^{-\frac{1}{3}} + \sin 3\pi + \tan \frac{9\pi}{4} =$ \_\_\_\_\_.

22. 已知指数函数  $f(x) = a^x$  的图像经过点  $(2, 16)$ , 则  $f(-\frac{1}{2}) =$ \_\_\_\_\_.

23. 等比数列  $\{a_n\}$  中, 已知  $q = \frac{1}{2}$ , 则  $\frac{a_2 + a_5}{2a_4 + a_1} =$ \_\_\_\_\_.

24. 已知  $\vec{a} = (2, 4)$ ,  $\vec{b} = (-1, -3)$ , 则  $|2\vec{a} + 3\vec{b}| =$ \_\_\_\_\_.

25. 过点  $P(-2, 3)$  且与直线  $2x - 3y - 1 = 0$  垂直的直线方程是\_\_\_\_\_.

26. 已知平行四边形  $ABCD$  中,  $AB \perp BC$ ,  $\angle BCA = 30^\circ$ ,  $AC = 20\text{cm}$ ,  $PA \perp$  面  $ABCD$ , 且  $PA = 5\text{cm}$ , 则  $P$  到  $BC$  的距离是\_\_\_\_\_.

27.  $(x + \frac{1}{x})^{10}$  的展开式中, 第\_\_\_\_\_项为常数项.

28. 双曲线  $3x^2 + ky^2 = 3$  的一个焦点为  $(2, 0)$ , 则  $k =$ \_\_\_\_\_.

29. 7 名学生要排成一排照相, 若甲、乙两名学生必须相邻, 则共有\_\_\_\_\_种不同的排法. (用数字作答)

30. 10 件产品中, 有 5 件次品, 现从中任意抽取 3 件, 恰有 2 件为次品的概率为\_\_\_\_\_.

### 三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 45 分. 要写出必要的文字说明、证明过程和验算步骤)

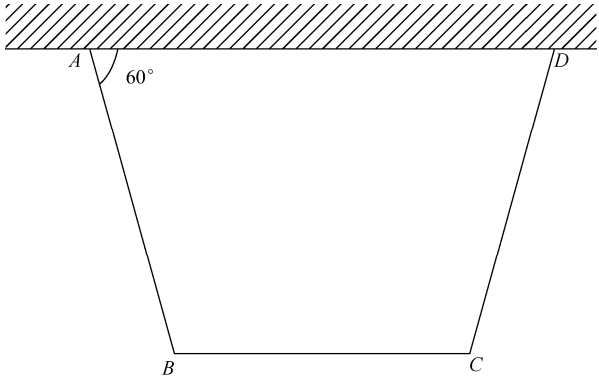
31. (6 分) 已知  $A = \{x \mid x^2 + (m+2)x + 1 = 0\}$ , 若  $A \cap \mathbf{R}^+ = \emptyset$ , 求实数  $m$  的取值范围. ( $\mathbf{R}^+$  表示正实数组成的集合)

32. (6 分) 在等差数列  $\{a_n\}$  中, 若  $a_2$  与 2 的等差中项等于  $S_2$  与 2 的等比中项, 且  $S_3 = 8$ , 求: (1) 此数列的通项公式;

(2) 该数列的第 10 项到第 20 项的和.

33. (6 分) 已知  $\sin \theta - \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 且  $\theta \in (-\pi, 0)$ , 求  $\sin^2 \theta - \cos^2 \theta$  的值.

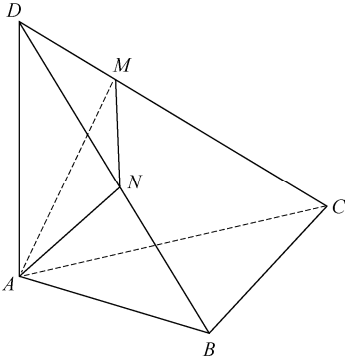
34. (7 分) 某农户利用一面旧墙为一边，用篱笆围成一块底角为  $60^\circ$  的等腰梯形菜地. 已知现有材料可围成 30 米长的篱笆，当等腰梯形的腰长为多少米时，所围成的菜地面积最大，最大面积是多少？



35. (7 分) 以椭圆  $x^2+4y^2=64$  的焦点为顶点，渐近线方程为  $y=\pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$  的双曲线，与过该双曲线的右焦点且倾斜角为  $45^\circ$  的直线相交，求直线被该双曲线截得的线段的长.

36. (6 分) 一个袋中有 3 个红球和 2 个白球，采用无放回的方式从袋中任取 3 个球，取到的白球数目用  $\xi$  表示，求离散型随机变量  $\xi$  的概率分布.

37. (7 分)  $DA \perp$  面  $ABC$ ， $\angle ABC=90^\circ$ ， $AD=AB$ ， $AM \perp DC$  于  $M$ ， $N$  为  $BD$  的中点. 求证：(1) 面  $DBC \perp$  面  $DAB$ ；(2)  $MN \perp DC$ ；



# 参考答案

## 普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（一）

### 一、选择题

1 . B    2 . D    3 . C    4 . B    5 . C    6 . D    7 . C    8 . B    9 . A    10 . B    11 . A  
12 . A    13 . C    14 . D    15 . B

### 二、填空题

16 . 1    17 .  $(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$     18 . -2009    19 .  $0 < x < \frac{1}{2}$     20 . -3    21 . 15    22 .  $3x + 2y = 0$     23 .  $c < b < a$     24 . -1  
25 .  $\frac{\sqrt{30}}{6}$     26 .  $135^\circ$     27 .  $45^\circ$     28 .  $6\sqrt{6}$     29 .  $72 + 8\sqrt{3}$     30 . 48

### 三、解答题

31 . 解 : (1) 由题可知 , 当  $a = -4$  时 ,  $B = (-2, 2)$  ,  $A = \left[\frac{1}{2}, 3\right]$  ,

$\therefore A \cap B = \left[\frac{1}{2}, 2\right)$  ,  $A \cup B = (-2, 3]$  .

(2)  $\complement_{\mathbb{R}} A = (-\frac{1}{2}) \cup (3, +\infty)$   $\therefore (\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B = B$   $\therefore B \subseteq \complement_{\mathbb{R}} A$

$\therefore$  当  $a = 0$  时 ,  $B = \emptyset$  , 满足题意 ;

当  $a < 0$  时 ,  $B = (-\sqrt{-a}, \sqrt{-a})$  ,  $\therefore \sqrt{-a} = \frac{1}{2}$  , 即  $a = -\frac{1}{4}$  ,  $\therefore -\frac{1}{4} = a < 0$  ,

综上所述 ,  $a = -\frac{1}{4}$  .

32 . 解 : (1) 设  $\{a_n\}$  的公比为  $q$  , 由已知得  $16 = 2q^3$  , 解得  $q = 2$  ,

$\therefore a_n = a_1 q^{n-1} = 2^n$  .

(2) 由 (1) 得  $a_3 = 8$  ,  $a_5 = 32$  , 则  $a_3 = 8$  ,  $a_5 = 32$  .

设  $\{b_n\}$  的公差为  $d$  , 则有  $\begin{cases} b_1 + 2d = 8 \\ b_1 + 4d = 32 \end{cases}$  , 解得  $\begin{cases} b_1 = -16 \\ d = 12 \end{cases}$  .

从而  $b_n = -16 + 12(n-1) = 12n - 28$  .

所以数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n = \frac{n(-16 + 12n - 28)}{2} = 6n^2 - 22n$  .

33 . 解 : (1)  $g(t) = \begin{cases} \frac{1}{4}t + 15 & (0 < t \leq 60) \\ -\frac{1}{2}t + 60 & (60 < t \leq 120) \end{cases}$  (2)  $f(t) = \begin{cases} -\frac{1}{3}t + 40 & (0 < t \leq 60) \\ \frac{1}{12}t + 15 & (60 < t \leq 120) \end{cases}$

(3)  $y = \begin{cases} -\frac{1}{12}t^2 + 5t + 600 & (0 < t \leq 60) \\ -\frac{1}{24}t^2 - \frac{5}{2}t + 900 & (60 < t \leq 120) \end{cases}$

当  $0 < t \leq 60$  时 ,  $y = -\frac{1}{12}(t-30)^2 + 675$  , 当  $t = 30$  时 ,  $y_{\max} = 675$  ;

当  $60 < t \leq 120$  时 ,  $y = -\frac{1}{24}(t+30)^2 + \frac{1875}{2}$  .

因为当  $60 < t \leq 120$  时 , 函数  $y_{\max} < 600$  单调递减 ,

所以综上所述 : 在第 30 天的时候销售额最大 , 最高额为 675 元 .

34 . 解 : (1)  $\because \vec{a} \perp \vec{b}$  ,  $\therefore \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$  .

$\therefore \vec{a} \cdot \vec{b} = \sin x \cdot \cos x + \sqrt{3} \cos^2 x = \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$

$\therefore \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$   $\therefore 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$  或  $-\frac{\pi}{3} + 2k\pi$

$\therefore x = \frac{\pi}{2} + k\pi$  或  $-\frac{\pi}{3} + k\pi$

$\therefore$  所求解集为  $\left\{x \mid x = \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ 或 } -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

(2)  $\because f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b} = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$  周期  $T = \pi$

单调增区间为  $[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, -\frac{\pi}{6} + 2k\pi]$  或  $[\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi]$

$\therefore -\frac{5\pi}{12} + k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{12} + k\pi$

$\therefore$  原函数的单调递增区间为  $\left\{x \mid -\frac{5\pi}{12} + k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

35 . 解 : (1) 由已知得圆的半径为 2 , 设椭圆  $C$  的长半轴长为  $a (a > 0)$  , 短半轴长为  $b (b > 0)$  ,

则  $2b = 4$  ,

$\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$  .

联立  $\begin{cases} 2b = 4 \\ \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$  , 解得  $a = 4$  ,  $b = 2$  .

因为椭圆  $C$  的对称轴为坐标轴 ,

所以椭圆  $C$  的方程为标准方程 , 为  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$  或  $\frac{y^2}{16} + \frac{x^2}{4} = 1$  .

(2) 设直线  $l$  的方程为  $y = x + m$  ,  $A(x_1, y_1)$  ,  $B(x_2, y_2)$  ,

由方程组  $\begin{cases} y = x + m \\ \frac{y^2}{16} + \frac{x^2}{4} = 1 \end{cases}$  消去  $y$  , 得  $5x^2 + 2mx + m^2 - 16 = 0$  ,

由题意，得  $\Delta = 2m^2 - 20(m^2 - 16) > 0$ ，

$$\text{且 } x_1 + x_2 = -\frac{2m}{5}, \quad x_1 x_2 = \frac{m^2 - 16}{5},$$

$$|AB| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{(1+1)\left[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2\right]}$$

$$= \sqrt{2\left[\left(-\frac{2m}{5}\right)^2 - 4 \times \frac{m^2 - 16}{5}\right]} = \frac{16\sqrt{2}}{5}$$

解得  $m = \pm 2$ ，

验证知  $\Delta > 0$  成立，

所以直线  $l$  的方程为  $x - y + 2 = 0$ ，或  $x - y - 2 = 0$ 。

36. (1) 证明：  $PA \perp$  底面  $ABCD$ ，  $\therefore CD \perp PA$ ，

又  $CD \perp AC$ ，  $PA \cap AC = A$ ，故  $CD \perp$  面  $PAC$ ，

$AE \subseteq$  面  $PAC$ ，故  $CD \perp AE$ 。

(2) 证明：  $PA = AB = BC$ ，  $\angle ABC = 60^\circ$ ，故  $PA = AC$ ，

$E$  是  $PC$  的中点，故  $AE \perp PC$ 。

由 (1) 知  $CD \perp AE$ ，从而  $AE \perp$  面  $PCD$ ，

故  $AE \perp PD$ ，

易知  $BA \perp PD$ ，故  $PD \perp$  面  $ABE$ 。

(3) 过点  $E$  作  $EF \perp AC$ ，垂足为  $F$ 。过点  $F$  作  $FG \perp AB$ ，垂足为  $G$ 。连结  $EG$ 。

$PA \perp AC$ ，  $PA \parallel EF$ ，  $EF \perp$  底面  $ABCD$  且  $F$  是  $AC$  的中点，

故  $\angle FEG$  是二面角  $E-AB-C$  的一个平面角。

设  $AC = a$ ，则  $PA = BC = a$ ，  $EF = AF = \frac{a}{2}$ ，

从而  $FG = AF \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4}a$ ，故  $\tan \angle FEG = \frac{EF}{FG} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 。

37. 解：(1) 设甲、乙、丙中奖的事件分别为  $A$ 、 $B$ 、 $C$ ，那么

$$P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{6}, \quad P(A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}) = P(A)P(\bar{B})P(\bar{C}) = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{216}.$$

答：甲中奖且乙、丙都没有中奖的概率是  $\frac{25}{216}$ 。

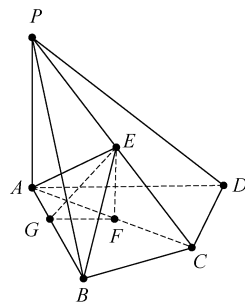
(2)  $\xi$  的可能取值为 0, 1, 2, 3。

$$P(\xi = k) = C_3^k \left(\frac{1}{6}\right)^k \left(\frac{5}{6}\right)^{3-k}, \quad k = 0, 1, 2, 3.$$

所以中将人数  $\xi$  的分布列为

$\xi$	0	1	2	3
$P$	$\frac{125}{216}$	$\frac{25}{72}$	$\frac{5}{72}$	$\frac{1}{216}$

$$E(\xi) = 0 \times \frac{125}{216} + 1 \times \frac{25}{72} + 2 \times \frac{5}{72} + 3 \times \frac{1}{216} = \frac{1}{2}.$$



## 普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（二）

### 一、选择题

1. B    2. D    3. A    4. B    5. D    6. B    7. A    8. B    9. C    10. C  
11. A    12. D    13. A    14. B    15. C

### 二、填空题

16.  $\frac{1}{3}$     17.  $[-1, 3]$     18.  $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$     19.  $-\frac{169}{2}$     20. 2    21.  $y = \sin(2x - \frac{2\pi}{3}) - 2$     22.  $\sqrt{5}$     23.  $2^{n-1}$   
24.  $120^\circ$     25.  $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$     26. 4    27. 240 种    28. 448    29.  $90^\circ$     30.  $\frac{3}{5}$

### 三、解答题

31. 解：由  $x^2 - 3x + 2 = 0$  得  $x = 1$  或  $2$ ，  $\therefore A = \{1, 2\}$ ；

(1)  $\because A \cap B = \{2\}$ ，  $\therefore 2 \in B$ ，代入  $B$  中的方程，得  $a^2 + 4a + 3 = 0$ ，  $\therefore a = -1$  或  $a = -3$ ；

当  $a = -1$  时，  $B = \{x^2 - 4 = 0\} = \{-2, 2\}$ ，满足条件；

当  $a = -3$  时，  $B = \{x^2 - 4x + 4 = 0\} = \{2\}$ ，满足条件；

综上， $a$  的值为 -1 或 -3。

(2) 对于集合  $B$ ，  $\Delta = 4(a+1)^2 - 4(a^2 - 5) = 8(a+3)$ 。  $\because A \cup B = A \therefore B \subseteq A$ ，

当  $\Delta < 0$ ，即  $a < -3$  时，  $B = \emptyset$ ，满足条件；

当  $\Delta = 0$ ，即  $a = -3$  时，  $B = \{2\}$ ，满足条件；

当  $\Delta > 0$ ，即  $a > -3$  时，  $B = A = \{1, 2\}$ ，才能满足条件，

则由根与系数的关系得  $\begin{cases} 1+2 = -2(a+1) \\ 1 \times 2 = a^2 - 5 \end{cases}$ ，即  $\begin{cases} a = \frac{5}{2} \\ a^2 = 7 \end{cases}$  矛盾；

综上， $a$  的取值范围是  $a \leq -3$ 。

32. 解：由数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n = 4 - \frac{1}{4^{n-1}}$

$$\text{得： } a_n = S_n - S_{n-1} = 4 - \frac{1}{4^{n-1}} - 4 + \frac{1}{4^{n-2}} = \frac{3}{4^{n-1}} \quad (n \geq 2)$$

$$a_1 = S_1 = 4 - 1 = 3 \quad (n = 1)$$

$$\therefore a_n = \frac{3}{4^{n-1}} \quad (n \in \mathbb{N}^*)$$

$$b_1 = a_1 = 3,$$

$$a_2(b_2 - b_1) = a_1 \Rightarrow \frac{3}{4}(b_2 - b_1) = 3$$

$$\therefore b_2 - b_1 = 4$$



数列  $\{b_n\}$  为等差数列，

所以  $b_n = b_1 + (n-1)4 = 4n-1$  .

33 . 解 : ( 1 ) 由题意 : 当  $0 \leq x \leq 20$  时 ,  $v(x) = 60$  ;

当  $20 < x \leq 200$  时 , 设  $v(x) = ax + b$  ,

$$\text{再由已知得} \begin{cases} 200a + b = 0 \\ 200a + b = 60 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a = -\frac{1}{3} \\ b = \frac{200}{3} \end{cases} .$$

$$\text{故函数 } v(x) \text{ 的表达式为 } v(x) = \begin{cases} 60, & 0 \leq x \leq 20, \\ \frac{1}{3}x(200-x), & 20 < x \leq 200, \end{cases}$$

$$(2) \text{ 依题意并由 (1) 可得 } f(x) = \begin{cases} 60x, & 0 \leq x \leq 20, \\ \frac{1}{3}x(200-x), & 20 < x \leq 200 \end{cases}$$

当  $0 \leq x \leq 20$  时 ,  $f(x)$  为增函数 , 故当  $x = 20$  时 , 其最大值为  $60 \times 20 = 1200$  ;

$$\text{当 } 20 < x \leq 200 \text{ 时 , } f(x) = \frac{1}{3}x(200-x) = \frac{1}{3} \left[ \frac{x+(200-x)}{2} \right]^2 = \frac{10000}{3} ,$$

当且仅当  $x = 200 - x$  , 即  $x = 100$  时 , 等号成立 .

$$\text{所以 , 当 } x = 100 \text{ 时 , } f(x) \text{ 在区间 } [20, 200] \text{ 上取得最大值 } \frac{10000}{3} .$$

$$\text{综上 , 当 } x = 100 \text{ 时 , } f(x) \text{ 在区间 } [0, 200] \text{ 上取得最大值 } \frac{10000}{3} \approx 3333 .$$

即当车流密度为 100 辆/千米时 , 车流量可以达到最大 , 最大值约为 3333 辆/小时 .

$$34 . \text{ 解 : ( 1 ) 因为 } f(x) = 4 \cos x \sin \left( x + \frac{\pi}{6} \right) - 1$$

$$= 4 \cos x \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x \right) - 1$$

$$= \sqrt{3} \sin 2x + 2 \cos^2 x - 1$$

$$= \sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x$$

$$= 2 \sin \left( 2x + \frac{\pi}{6} \right)$$

所以  $f(x)$  的最小正周期为  $\pi$  .

$$(2) \text{ 因为 } -\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{4} , \text{ 所以 } -\frac{\pi}{6} \leq 2x + \frac{\pi}{6} \leq \frac{2\pi}{3} .$$

$$\text{于是 , 当 } 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} , \text{ 即 } x = \frac{\pi}{6} \text{ 时 , } f(x) \text{ 取得最大值 } 2 ;$$

$$\text{当 } 2x + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{6} , \text{ 即 } x = -\frac{\pi}{6} \text{ 时 , } f(x) \text{ 取得最小值 } -1 .$$

$$35 . (1) \text{ 解法一 : } \because l \perp x \text{ 轴 } \therefore F_2 \text{ 的坐标为 } (\sqrt{2}, 0)$$

$$\text{由题意可知 } \begin{cases} \frac{2}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1 \\ a^2 - b^2 = 2 \end{cases} , \text{ 解得 } \begin{cases} a^2 = 4 \\ b^2 = 2 \end{cases} ,$$

$$\text{所求椭圆方程为 } \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1 .$$

$$\text{解法二 : 由椭圆定义可知 } |MF_1| + |MF_2| = 2a ,$$

$$\text{由题意 } |MF_2| = 1 , \quad |MF_1| = 2a - 1 ,$$

$$\text{又由 Rt } \triangle MF_1F_2 \text{ 可知 } (2a-1)^2 = (2\sqrt{2})^2 + 1 , \quad a > 0 ,$$

$$\therefore a = 2 , \text{ 又 } a^2 - b^2 = 2 , \text{ 得 } b^2 = 2 .$$

$$\text{椭圆 } C \text{ 的方程为 } \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1 .$$

$$(2) \text{ 直线 } BF_2 \text{ 的方程为 } y = x - \sqrt{2} ,$$

$$\text{由 } \begin{cases} y = x - \sqrt{2} \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1 \end{cases} \text{ 得点 } N \text{ 的纵坐标为 } \frac{\sqrt{2}}{3} .$$

$$\text{又 } |F_1F_2| = 2\sqrt{2} , \quad S_{\triangle F_1BN} = \frac{1}{2} \times (\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{3}) \times 2\sqrt{2} = \frac{8}{3} .$$

$$36 . (1) \text{ 连接 } BC_1 , \text{ 则 } AD_1 \parallel BC_1 \parallel B_1E ,$$

$$\text{四边形 } AB_1ED_1 \text{ 是平行四边形 . } D_1E \parallel AB_1 .$$

$$\text{又 } \because AB_1 \subset \text{平面 } ACB_1 , \quad D_1E \not\subset \text{平面 } ACB_1 ,$$

$$D_1E \parallel \text{平面 } ACB_1 .$$

$$(2) \text{ 由已知得 } B_1C = B_1E = \sqrt{2} , \quad CE = 2 , \text{ 则 } B_1C^2 + B_1E^2 = 4 = CE^2 , \text{ 则 } B_1E \perp B_1C ,$$

$$\text{易知 : } CD \perp \text{平面 } B_1BCE ,$$

$$\text{而 } B_1E \subset \text{平面 } B_1BCE , \text{ 则 } CD \perp B_1E ,$$

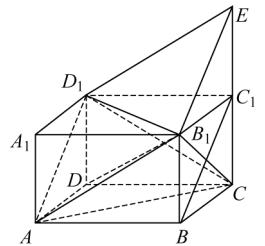
$$B_1E \perp \text{平面 } DCB_1 , \text{ 又 } B_1E \subset \text{平面 } D_1B_1E ,$$

$$\text{平面 } D_1B_1E \perp \text{平面 } DCB_1 .$$

$$(3) \text{ 由图易知四面体 } D_1B_1AC \text{ 的体积 :}$$

$$V = V_{ABCD - A_1B_1C_1D_1} - V_{A - A_1B_1D_1} - V_{B - ACB_1} - V_{C - B_1C_1D_1} - V_{D - ACD_1}$$

$$= 2 - \left( \frac{1}{3} \times 2 \times \frac{1}{2} \right) \times 4 = \frac{2}{3} .$$



37 . (1) 解 : 记 “ 他第一次遇到红灯 ” 为事件  $A$  , 记 “ 他第二次遇到红灯 ” 为事件  $B$  . 由题知 ,  $A$  与  $B$  是相互独立的 , 因此 , “ 他两次都遇到红灯 ” 就是事件  $A \cdot B$  发生 . 根据相互独立事件的概率乘法公式 , 得  $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B) = 0.6 \times 0.6 = 0.36$  .

答 : 他两次都遇到红灯的概率是 0.36 .

(2) 解法一 :  $\bar{A}$  = “ 他第一次没有遇到红灯 ” ,  $\bar{B}$  = “ 他第二次没有遇到红灯 ” .

$\bar{A} \cdot B$  = “ 他第一次没有遇到红灯 , 第二次遇到红灯 ” ,  $A \cdot \bar{B}$  = “ 他第一次遇到红灯 , 第二次没有遇到红灯 ” , 并有  $\bar{A} \cdot B$  与  $A \cdot \bar{B}$  是互斥的 , 因此 , 他恰有一次遇到红灯的概率是  $P(\bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}) = P(\bar{A} \cdot B) + P(A \cdot \bar{B}) = (1-0.6) \times 0.6 + 0.6 \times (1-0.6) = 0.48$  .

$$\text{他至少遇到 1 次红灯的概率是 } P(A \cdot B) + P(\bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}) = 0.36 + 0.48 = 0.84 .$$

答 : 至少遇到 1 次红灯的概率是 0.84 .

解法二 :  $\bar{A}$  = “ 他第一次没有遇到红灯 ” ,  $\bar{B}$  = “ 他第二次没有遇到红灯 ” .

$$\bar{A} \cdot \bar{B} = \text{“ 他两次都没有遇到红灯 ” ,}$$

$$P(\bar{A} \cdot \bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = (1-0.6) \times (1-0.6) = 0.16 .$$

$$\text{他至少遇到 1 次红灯的概率是 } P = 1 - P(\bar{A} \cdot \bar{B}) = 1 - 0.16 = 0.84 .$$

答 : 他至少遇到 1 次红灯的概率是 0.84 .



### 三、解答题

$$\begin{aligned}
 31. \text{解: } A &= \{x \mid |x+a| < 1\} \\
 &= \{x \mid -1 < x+a < 1\} \\
 &= \{x \mid -1-a < x < 1-a\} \\
 B &= \{x \mid x^2 - 5x - 6 = 0\} \\
 &= \{x \mid (x-6)(x+1) = 0\} \\
 &= \{x \mid -1 < x < 6\}
 \end{aligned}$$

$$\text{因为 } A \subseteq B, \text{ 所以 } \begin{cases} -1-a < -1 \\ 1-a < 6 \end{cases}$$

$$\text{即 } -5 < a < 0.$$

$$32. \text{解: (1)} \because S_3 = S_{11}$$

$$\therefore 3a_1 + 3d = 11a_1 + 55d,$$

$$\text{即 } 8a_1 = -52d,$$

$$\therefore a_1 = 130d,$$

$$\therefore d = -20.$$

$$\begin{aligned}
 (2) \because S_n &= na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d \\
 &= 130n - 10n(n-1) \\
 &= -10n^2 + 140n
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{当 } n=7 \text{ 时, } S_n \text{ 最大, 最大值为 } 490.$$

$$\text{即数列的前 } 7 \text{ 项的和最大, 此时最大值是 } 490.$$

$$33. \text{解: 由题可知 } \xi \text{ 的可能取值为 } 0, 1, 2.$$

$$\text{且 } P(\xi=0) = 0.81,$$

$$P(\xi=1) = 0.18,$$

$$P(\xi=2) = 0.01,$$

$$\text{所以 } \xi \text{ 的概率分布为}$$

$\xi$	0	1	2
$P$	0.81	0.18	0.01

$$34. \text{解: (1)} \because \vec{m} \perp \vec{n}$$

$$\therefore \sqrt{3} \sin A + (\cos A + 1)(-1) = 0$$

$$\sqrt{3} \sin A - \cos A = 1$$

$$2 \sin(A - 30^\circ) = 1$$

$$\sin(A - 30^\circ) = \frac{1}{2}$$

$$\therefore A - 30^\circ = 30^\circ$$

$$\text{即 } A = 60^\circ$$

$$(2) \because \cos B = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore \sin B = \sqrt{1 - \cos^2 B} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{又 } \because \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

$$\therefore \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{b}{\frac{\sqrt{6}}{3}}$$

$$\therefore b = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

$$35. (1) \text{月产量为 } x \text{ 台, 则总成本为 } 20000 + 100x,$$

$$\text{从而 } f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 + 300x - 20000, & 0 \leq x \leq 400 \\ 60000 - 100x, & x > 400 \end{cases}$$

$$(2) 0 \leq x \leq 400 \text{ 时, } f(x) = -\frac{1}{2}(x-300)^2 + 25000,$$

$$\text{则当 } x=300 \text{ 时, } f(x)_{\max} = 25000;$$

$$\text{当 } x > 400 \text{ 时, } f(x) = 60000 - 100x \text{ 是减函数, } f(x) < 60000 - 100 \times 400 < 25000$$

$$\text{所以当 } x=300 \text{ 时, } f(x)_{\max} = 25000.$$

$$\text{故每月生产 } 300 \text{ 台时仪器的利润最大, 最大利润为 } 25000 \text{ 元.}$$

$$36. \text{解: (1) 由 } \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1 \text{ 得 } c^2 = 3 - 2 = 1,$$

$$\text{所以椭圆的右焦点是 } F_2(1, 0), \text{ 直线方程是 } y = 1 \times (x-1), \text{ 即 } x - y - 1 = 0.$$

$$\text{由 } \begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1 \end{cases} \text{ 得 } 5x^2 - 6x - 3 = 0.$$

$$\text{即 } x_1 + x_2 = \frac{6}{5}, \quad x_1 x_2 = -\frac{3}{5},$$

$$\text{所以 } |AB| = \sqrt{1+k^2} \sqrt{(x_1+x_2)^2 - 4x_1 x_2} = \frac{8\sqrt{3}}{5}.$$

$$(2) \text{由题可得椭圆 } \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1 \text{ 的左焦点是 } F_1(-1, 0)$$

$$\text{则 } F_1 \text{ 到直线 } x - y - 1 = 0 \text{ 的距离 } d = \frac{|-1-1|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2},$$

$$\text{所以 } \triangle ABF_1 \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot d = \frac{1}{2} \cdot \frac{8\sqrt{3}}{5} \cdot \sqrt{2} = \frac{4\sqrt{6}}{5}.$$

$$37. (1) \text{证明:}$$

$$\because D \text{ 是等腰 Rt } \triangle ABC \text{ 斜边 } BC \text{ 的中点,}$$

$$\therefore AD \perp BC.$$

$$\text{又 } \because PC \perp \text{平面 } ABC, AD \subseteq \text{平面 } ABC,$$

$$\therefore AD \perp PC,$$

$$\therefore AD \perp \text{平面 } PBC.$$

$$(2) \text{连接 } AE,$$

$$\text{由 (1) 已证 } AD \perp \text{平面 } PBC,$$

$$\therefore AD \perp BP, \text{ 又因 } DE \perp BP, AD \cap DE = D,$$

$$\therefore BP \perp \text{平面 } ADE,$$

$\therefore BP \perp AE$  ,  
 $\therefore BP \perp DE$  ,  
 $\therefore \angle AED$  即为所求 .  
 $\therefore AD \perp BP$  ,又因为  $DE \perp BP$  ,  $AD \cap DE = D$  ,

$\therefore BP \perp$  平面  $ADE$  ,  
 $\therefore BP \perp AE$  ,  
 $\therefore BP \perp DE$  ,  
 $\therefore \angle AED$  即为所求  
 $\therefore$  等腰  $\text{Rt } \triangle ABC$  中 ,  $AB = \sqrt{6}$  ,

$\therefore AD = \sqrt{3}$  ,  
 又  $\therefore DE = 1$  ,  
 $\therefore$  在  $\text{Rt } \triangle ADE$  中 ,  $\tan \angle AED = \sqrt{3}$  ,  
 $\therefore \angle AED = 60^\circ$  .

即平面  $ABP$  与平面  $CPB$  所成二面角的大小为  $60^\circ$ .

## 普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（五）

### 一、选择题

1 . C    2 . C    3 . B    4 . A    5 . B    6 . A    7 . D    8 . D    9 . B    10 . B    11 . A  
 12 . D    13 . C    14 . C    15 . B

### 二、填空题

16 . 5    17 .  $\sqrt{2}$     18 .  $(1,3) \cup (3,5]$     19 . 144    20 . 46  
 21 .  $-\frac{\sqrt{7}}{4}$     22 . 10    23 .  $15\sqrt{2} - 19$     24 .  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$   
 25 .    26 . -10    27 . 47    28 . 24    29 .  $(- \infty, -3] \cup [-1, + \infty)$     30 .  $\frac{3}{15}$

### 三、解答题

31 . 解 :  $A = \{x | -1 + a < x < 1 + a\}$  ,  $B = \{x | -2 < x < 3\}$  ,

$\therefore A \cap B = B$  ,  $\therefore A \subseteq B$  ,  $\therefore \begin{cases} 1 + a < 3 , \\ -1 + a > -2 , \end{cases} \therefore -1 < a < 2$  .

32 . 解 : (1)  $\therefore \{b_n\}$  为等差数列 , 且  $b_1 = 2$  ,  $q = \frac{1}{64}$  , 则  $b_n = 2^{n-7}$  .

$\therefore a_n = \log_2 b_n$  ,  $\therefore a_n = \log_2 2^{n-7} = n - 7$  .

(2)  $\therefore a_{n+1} - a_n = 1$  ,  $\therefore \{a_n\}$  为等差数列 , 且  $d = 1$  ,  $\therefore a_1 = -6 < 0$  ,  $\therefore a_n = 0$  , 得  $n = 7$  ,  $\therefore$  前 6 或 7 项和

最小 ,  $S_6 = S_7 = -21$  .

33 . 解 : (1)  $S = \begin{cases} -t^2 + 40t + 6000 , & 1 \leq t \leq 30 , t \in \mathbf{N} \\ -90t + 9000 , & 31 \leq t \leq 50 , t \in \mathbf{N} \end{cases}$

(2) 6400

34 . 解 : (1)  $f(x) = \vec{m} \cdot \vec{n} = 2\sqrt{3} \sin x \cdot \cos x + \cos 2x = (\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x) = 2 \sin(2x + \frac{\pi}{6})$  ,

当  $2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$  时 , 即  $\{x | x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$  ,  $f(x)$  的最大值为 2 .

(2)  $\therefore g(x) = 2 \sin \left[ 2(x + \frac{\pi}{12}) + \frac{\pi}{6} \right] = 2 \sin(2x + \frac{\pi}{3})$  , 令  $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq 2x + \frac{\pi}{3} \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi$  , 得  $g(x)$  的增区间为 :  
 $\left[ -\frac{5\pi}{12} + k\pi, \frac{\pi}{12} + k\pi \right]$  ,  $k \in \mathbf{Z}$

35 . 解 : (1) 由题意得 : 抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点为  $(1, 0)$  .

因为抛物线  $y^2 = 4x$  与椭圆  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{m} = 1$  有共同的焦点  $F_2$  ,

所以椭圆焦点在  $x$  轴上 , 且  $1 = 9 - m$  , 所以  $m = 8$  .

(2) 因为抛物线  $y^2 = 4x$  与椭圆  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$  相交于  $P$ 、 $Q$  两点 , 由联立方程解得 :  $P(\frac{3}{2}, \sqrt{6})$  ,  $Q(\frac{3}{2}, -\sqrt{6})$  .

(3)  $S_{PF_1F_2} = \frac{|F_1F_2| \sqrt{6}}{2} = \sqrt{6}$  .

36 . 解 : (1) 方法一 :  $P(A) = \frac{C_6^2 C_4^1}{C_{10}^3} + \frac{C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{2}{3}$  .

方法二 : 事件  $A$  的对立事件  $\bar{A}$  为 “甲没有入选资格” , 即 “甲至多答对其中的一道题” , 则  
 $P(A) = 1 - \frac{C_4^3}{C_{10}^3} - \frac{C_6^1 C_4^2}{C_{10}^3} = \frac{2}{3}$  .

(2) 方法一 :  $P(B) = \frac{C_8^2 C_2^1 + C_8^3}{C_{10}^3} = \frac{14}{15}$  .

方法二 : 事件  $B$  的对立事件  $\bar{B}$  为 “乙没有入选资格” , 即 “乙至多答对其中的一道题” , 则  
 $P(B) = 1 - \frac{C_2^2 C_8^1}{C_{10}^3} = \frac{14}{15}$  .

(3) 方法一 : 事件  $C$  的对立事件  $\bar{C}$  为 “甲、乙两人都没有入选资格” , 则  $P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - P(\bar{A}\bar{B}) = 1 - P(\bar{A})P(\bar{B}) = 1 - (1 - \frac{2}{3})(1 - \frac{14}{15}) = \frac{44}{45}$  .

方法二 : 因为  $C = \bar{A}\bar{B} \cup \bar{A}B \cup A\bar{B}$  , 且  $\bar{A}\bar{B}$ 、 $\bar{A}B$ 、 $A\bar{B}$  两两互不相容 , 则  $P(C) = P(\bar{A}\bar{B}) + P(\bar{A}B) + P(A\bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \cdot P(B) + P(A) \cdot P(B) = \frac{2}{3} \times (1 - \frac{14}{15}) + (1 - \frac{2}{3}) \times \frac{14}{15} + \frac{2}{3} \times \frac{14}{15} = \frac{44}{45}$  .

方法三 : 因为  $C = A \cup B$  ,

所以  $P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{2}{3} + \frac{14}{15} - \frac{2}{3} \times \frac{14}{15} = \frac{44}{45}$  .

答 : 甲有入选资格的概率为  $\frac{2}{3}$  , 乙有入选资格的概率为  $\frac{14}{15}$  ,

甲、乙两人至少有一人有入选资格的概率为  $\frac{44}{45}$  .

37 . (1)  $\therefore$  四边形  $ABCD$  是正方形 ,  $\therefore AC \perp BD$  ,  $\therefore PD \perp$  底面  $ABCD$  ,  
 $\therefore PD \perp AC$  , 又  $PD \cap BD = D$  .  $\therefore AC \perp$  平面  $PDB$  , 又  $AC \subseteq$  平面  $AEC$  ,  
 $\therefore$  平面  $AEC \perp$  平面  $PDB$  .

(2) 设  $AC \cap BD = O$  , 连接  $OE$  , 由 (1) 知  $AC \perp$  平面  $PDB$  于点  $O$  ,  
 $\therefore \angle AEO$  为  $AE$  与平面  $PDB$  所成的角 .  $\because$  点  $O, E$  分别为  $DB, PB$  的中点 ,  $\therefore OE \parallel PD$  ,  
 且  $OE = \frac{1}{2} PD$  , 又  $\because PD \perp$  底面  $ABCD$  ,  $\therefore OE \perp$  底面  $ABCD$  ,  
 $\therefore OE \perp AO$  , 在  $Rt \triangle AOE$  中  $OE = \frac{1}{2} PD = \frac{\sqrt{2}}{2} AB = AO$  ,  $\therefore \angle AEO = 45^\circ$  ,  
 即  $AE$  与平面  $PDB$  所成的角为  $45^\circ$

# 普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（六）

## 一、选择题

1 . B    2 . D    3 . A    4 . D    5 . A    6 . C    7 . D    8 . B    9 . D    10 . C    11 . C    12 . A    13 . A  
 14 . B    15 . C

## 二、填空题

16 . 4        17 . 7        18 . -1        19 .  $\log_{\frac{1}{3}} \pi < (\frac{1}{2})^\pi < \pi^{\frac{1}{3}}$         20 . 185        21 . 偶函数  
 22 . (0,+ )        23 . 左 ,  $\frac{\pi}{8}$         24 .  $4\sqrt{2}$         25 .  $45^\circ$         26 . (0,-1) ,  $135^\circ$   
 27 .  $60^\circ$         28 . 240        29 .  $x^2 + (y-1)^2 = 4$  或  $x^2 + (y-5)^2 = 4$         30 .  $\frac{5}{6}$

## 三、解答题

31 .解 :  $A = \{x | x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$  ,  $B = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\} = \{2, 3\}$  , 且  $A \cap B = 3$  , 所以  $3 \in A$  且  $3 \in B$  ,  $x = 3$   
 代入方程  $x^2 - ax + a^2 - 19 = 0$  , 得  $a = -2$  或  $a = 5$  ,  
 当  $a = -2$  时 ,  $A = \{3, -5\}$  ,  $B = \{2, 3\}$  , 满足  $A \cap B = \{3\}$  ,  $A \cup B = \{2, 3, -5\}$  ,  
 当  $a = 5$  时 ,  $A = \{2, 3\} = B$  ,  $A \cap B = \{2, 3\}$  , 不满足  $A \cap B = \{3\}$  ,  
 所以  $a = -2$  ,  $A \cup B = \{2, 3, -5\}$  .  
 32 .解 : (1) 设等差数列的公差为  $d$  , 因为  $a_1, a_2, a_4$  成等比数列 , 即  $a_2^2 = a_1 \cdot a_4$  , 即  $(a_1 + d)^2 = a_1 \cdot (a_1 + 3d)$  ,  
 又因为  $\{a_n\}$  的首项  $a_1 = 2$  ,  $d \neq 0$  , 解得  $d = 2$  , 因此  $a_n = 2n$  .  
 (2) 设数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$  , 由 (1) 知  $a_n = 2n$  ,  
 所以  $b_n = \frac{1}{(a_n + 1)^2 - 1} = \frac{1}{(2n + 1)^2 - 1} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{n(n + 1)} = \frac{1}{4} (\frac{1}{n} - \frac{1}{n + 1})$  ,  
 $T_n = \frac{1}{4} (1 - \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n + 1}) = \frac{1}{4} (1 - \frac{1}{n + 1}) = \frac{n}{4n + 4}$  , 因此  $T_5 = \frac{5}{24}$  .  
 ( 或  $T_5 = \frac{1}{4} (1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6}) = \frac{1}{4} (1 - \frac{1}{6}) = \frac{5}{24}$  )  
 33 . 解 : (1) 因为  $\vec{m} = (a + c, b)$  ,  $\vec{n} = (a - c, b - a)$  ,  $\vec{m} \perp \vec{n}$  ,

所以  $a^2 + b^2 - c^2 - ab = 0$  , 由余弦定理得  $\cos C = \frac{1}{2}$  ,  $\angle C = 60^\circ$  .

(2) 因为  $\frac{c}{b} = \sqrt{3}$  , 即  $\frac{\sin C}{\sin B} = \sqrt{3}$  ,  $\sin B = \frac{1}{2}$  , 得  $\angle B = 30^\circ$  , 所以  $\angle A = 90^\circ$  ,  $\triangle ABC$  为直角三角形 .

34 . 解 : (1) 窗框的宽为  $x$  米 , 窗框的高为  $\frac{6 - 3x}{2}$  米 ,

则  $S$  与  $x$  的函数关系式为 :

$$S = x \times \frac{6 - 3x}{2} = -\frac{3}{2}x^2 + 3x \text{ , } (0 < x < 2)$$

(2) 因为  $S = x \times \frac{6 - 3x}{2} = -\frac{3}{2}(x - 1)^2 + \frac{3}{2}$  ,

当  $x = 1$  时 ,  $S$  最大为  $\frac{3}{2}$  ,  $\frac{6 - 3x}{2} = \frac{3}{2}$  ,

所以窗框的高为  $\frac{3}{2}$  米 , 宽为 1 米时 , 窗户的透光面积最大 , 最大面积是  $\frac{3}{2}$  平方米 .

35 . 解 : (1) 设事件  $A = \{\text{从中选一人为男生}\}$  , 则  $P(A) = \frac{1}{3}$  .

(2) 由 (1) 知  $P(A) = \frac{1}{3}$  , 随机变量  $\xi$  的所有可能取值为 0 , 1 , 2 ,

$$P(\xi = 0) = \frac{C_4^3}{C_6^3} = \frac{1}{5} ; P(\xi = 1) = \frac{C_2^1 C_4^2}{C_6^3} = \frac{3}{5} ; P(\xi = 2) = \frac{C_2^2 C_4^1}{C_6^3} = \frac{1}{5} .$$

所以  $\xi$  的概率分布为

$\xi$	0	1	2
$P$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

36 .解 : 设渐近线方程为  $y = kx$  , 圆心为 (3,0) , 半径  $r = \sqrt{6}$  , 因为渐近线与圆相切 , 所以  $d = \frac{|3k|}{\sqrt{k^2 + 1}} = r = \sqrt{6}$  ,

解得  $k = \pm\sqrt{2}$  .

即渐近线方程为  $y = \pm\sqrt{2}x$  .

因为双曲线经过点 (4,0) , 所以双曲线焦点在  $x$  轴 ,  $a = 4$  ,  $y = \pm \frac{b}{a}x = \pm\sqrt{2}x$  , 得  $b = 4\sqrt{2}$  . 因此 , 双曲线

方程为  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{32} = 1$  .

37 . (1) 证明 : 四棱锥  $S - ABCD$  的底面是正方形 , 每条侧棱长都相等 ,

顶点  $S$  在底面的射影  $O$  是正方形中心 ,

连接  $SO, BD$  ,  $SO \perp$  平面  $ABCD$  ,  $SO \perp AC$  ,

底面是正方形 ,

$BD \perp AC$  ,

$AC \perp$  平面  $SBD$  ,  $SD \subseteq$  平面  $SBD$  ,

$AC \perp SD$  .

(2) 连接  $PO$  ,

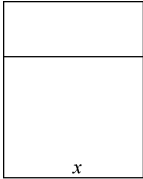
四棱锥  $S - ABCD$  的底面是正方形 ,

每条侧棱长都相等 ,

侧面等腰三角形  $SAD \cong SCD$  ,

$P$  为侧棱  $SD$  上的点 ,

$PA = PC$  ,



$O$  是  $AC$  中点 ,  
 $PO \perp AC$  , 又  $BD \perp AC$  ,  
 $\angle POD$  是二面角  $P-AC-D$  的平面角 .  
 $SD \perp$  平面  $PAC$  ,  $PO \subseteq$  平面  $PAC$  ,  
 $SD \perp PO$  .

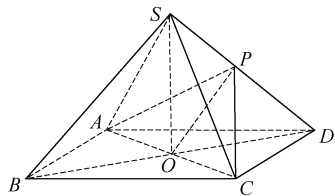
设正方形边长为 1 , 由已知每条侧棱长都是底面边长的  $\sqrt{2}$  倍 , 则  $SD = \sqrt{2}$  .

在 Rt  $SOD$  中 ,  $OD = \frac{\sqrt{2}}{2}$  ,

$$\cos \angle SDO = \frac{OD}{SD} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} , \text{ 即 } \angle PDO = 60^\circ ,$$

在 Rt  $POD$  中  $\angle POD = 30^\circ$  ,

因此 , 二面角  $P-AC-D$  为  $30^\circ$  .



## 普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（七）

### 一、选择题

- 1 . C    2 . C    3 . A    4 . A    5 . C    6 . B    7 . B    8 . D  
 9 . B    10 . C    11 . A    12 . D    13 . D    14 . B    15 . C

### 二、填空题

- 16 . 3    17 . 3    18 .  $(3a, -2a)$     19 .  $[-5, -1]$     20 . 81    21 . 二或四  
 22 . 右 ,  $\frac{\pi}{3}$     23 .  $\ln 0.3 < 0.3^e < e^{0.3}$     24 . 3    25 . -12    26 . 5  
 27 . 2    28 .  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     29 . 12    30 .  $\frac{1}{2}$

### 三、解答题

31 . 解 : 因为  $A = \{x | 3x - x^2 + 10 = 0\} = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$  ,  
 $B = \{x | |x - m| < 1\} = \{x | m - 1 < x < m + 1\}$  , 因为  $A \cap B = B$  ,  
 所以  $\begin{cases} m-1 \geq -2 \\ m+1 \leq 5 \end{cases}$  , 得  $-1 \leq m \leq 4$  . 因此实数  $m$  的取值范围是  $[-1, 4]$  .

32 . 解 : (1) 因为  $a_3 = 7$  ,  $a_5 + a_7 = 26$  ,

所以  $\begin{cases} a_1 + 2d = 7 \\ a_1 + 5d = 13 \end{cases}$  解得  $d = 2$  ,  $a_1 = 3$  , 因此  $a_n = 2n + 1$  .

(2) 因为  $b_n = \frac{1}{a_n^2 - 1} = \frac{1}{(2n+1)^2 - 1} = \frac{1}{4n(n+1)} = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$  ,

所以  $T_n = b_1 + b_2 + b_3 + \cdots + b_n$

$$= \frac{1}{4} \left[ \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) \right]$$

$$= \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = \frac{n}{4n+4}$$

即数列  $\{b_n\}$  前  $n$  项的和  $T_n = \frac{n}{4n+4}$  .

34 . 解 : (1) 设行李质量为  $x$  kg , 托运费为  $y$  元 , 则

若  $0 < x \leq 50$  , 则  $y = 0.25x$  ;

若  $50 < x \leq 100$  , 则  $y = 12.5 + 0.35(x - 50)$  ;

若  $x > 100$  , 则  $y = 30 + 0.45(x - 100)$  . 所以由上可知 ,

$$y = \begin{cases} 0.25x & (0 < x \leq 50) \\ 12.5 + 0.35(x - 50) & (50 < x \leq 100) \\ 30 + 0.45(x - 100) & (x > 100) \end{cases}$$

$$\text{即 } y = \begin{cases} 0.25x & (0 < x \leq 50) \\ 0.35x - 5 & (50 < x \leq 100) \\ 0.45x - 15 & (x > 100) \end{cases}$$

(2) 因为  $50 \text{ kg} < 56 \text{ kg} < 100 \text{ kg}$  , 所以  $y = 12.5 + 0.35 \times 6 = 14.6$  元 .

35 . 解 : (1) 因为取出两张卡片编号之和为  $\xi$  ,  $\xi$  为奇数 , 即  $\xi$  为 1, 3 , “  $\xi$  为奇数 ” 的概率为  $P(A) = \frac{3}{C_4^2} = \frac{1}{2}$  .

(2)  $\xi$  的所有可能取值为 : 1, 2, 3, 4, 5 .

$$P(\xi = 1) = \frac{1}{C_4^2} = \frac{1}{6} , \quad P(\xi = 2) = \frac{1}{C_4^2} = \frac{1}{6} , \quad P(\xi = 3) = \frac{2}{C_4^2} = \frac{1}{3} ,$$

$$P(\xi = 4) = \frac{1}{C_4^2} = \frac{1}{6} , \quad P(\xi = 5) = \frac{1}{C_4^2} = \frac{1}{6} .$$

所以  $\xi$  的概率分布为

$\xi$	1	2	3	4	5
$P$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$$(3) P(\xi = 3) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} .$$

36 . 解 : 由题意知 , 直线  $AB$  方程为  $y = 2x - 5$  , 由  $\begin{cases} y = 2x - 5 \\ y^2 = 2px \end{cases}$  知  $x_1 x_2 = \frac{25}{4}$  ,  $y_1 y_2 = -5p$  ,

因为  $OA \perp OB$  , 所以  $x_1 x_2 + y_1 y_2 = 0$  ,  $p = \frac{5}{4}$  , 抛物线的方程为  $y^2 = \frac{5}{2}x$  .

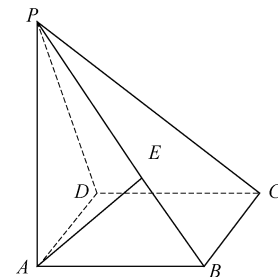
37 . (1) 解 : 因为  $PA$  与底面  $ABCD$  垂直 ,  $PC$  在底面  $ABCD$  的射影是  $AC$  , 所以  $\angle PCA$  是  $PC$  与底面  $ABCD$  所成角 .

因为底面  $ABCD$  是矩形 ,  $AB = 8$  ,  $BC = 6$  , 所以  $AC = 10$  ,

又因为  $PA = 15$  , 在 Rt  $PAC$  中 ,  $\tan \angle PCA = \frac{PA}{AC} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$  .

(2) 证明 : 因为  $PA \perp$  平面  $ABCD$  , 所以  $PA \perp BC$  , 又因为底面  $ABCD$  是矩形 ,  $AB \perp BC$  , 所以  $BC \perp$  平面  $PAB$  , 又  $BC \subseteq$  平面  $PBC$  , 所以平面  $PBC \perp$  平面  $PAB$  .

(3) 解 : 由 (2) 知平面  $PBC \perp$  平面  $PAB$  , 平面  $PAB \cap$  平面  $PBC$  于  $PB$  , 在平面  $PAB$  内作  $AE \perp PB$  , 则  $AE \perp$  平面  $PBC$  ,  $AE$  为点  $A$  到平面  $PBC$  的距离 .



在 Rt  $PAB$  中， $AB=8$ ， $PA=15$ ，所以 $PB=17$ ，因此 $PA \cdot AB = AE \cdot PB$ ，  
即 $15 \times 8 = AE \times 17$ ，所以 $AE = \frac{120}{17}$ 。

## 普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（八）

### 一、选择题

1 . C    2 . C    3 . A    4 . C    5 . C    6 . A    7 . A    8 . C    9 . C    10 . B    11 . B    12 . A  
13 . D    14 . D    15 . B

### 二、填空题

16 . 5    17 .  $(-1, 0) \cup (0, 1)$     18 .  $c < b < a$     19 .  $\frac{\pi}{6}$     20 . 1    21 . -3    22 . 20  
23 . -2    24 .  $\frac{y^2}{5} + \frac{x^2}{4} = 1$  或  $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$     25 . 2    26 .  $\frac{2}{7}$     27 . 56    28 . 64  
29 . 矩    30 .  $90^\circ$

### 三、解答题

31 . 解：(1) 由题得  $A = (-2, 3)$ ， $B = [a, +\infty)$

$\therefore A \cap B = \emptyset \quad \therefore a \leq 3$

(2) 若使  $A \cap B = \{x | 0 \leq x < 3\}$ ，则  $a = 0$ ，  
此时  $A = (-2, 3)$ ， $B = [0, +\infty)$ ，则  $A \cup B = (-2, +\infty)$ 。

32 . 解：(1)  $\therefore a_n = S_n - S_{n-1} = -2S_n S_{n-1}$

$\therefore \frac{1}{S_n} - \frac{1}{S_{n-1}} = 2$

$\therefore$  数列  $\left\{ \frac{1}{S_n} \right\}$  是首项为 2，公差为 2 的等差数列。

(2)  $a_n = S_n - S_{n-1} = \frac{1}{2n} - \frac{1}{2n-2} = \frac{1}{2n-2n^2}$

33 . 解：(1) 设圆心坐标为  $(m, n)$ ，则  $m < 0$ ， $n > 0$ ，

依题意：
$$\begin{cases} \frac{m}{n} = -1 \\ m^2 + n^2 = 8 \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} m = -2 \\ n = 2 \end{cases}$$

所以圆  $C$  的方程为  $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 8$ 。

因为圆与椭圆的交点在椭圆上，则  $2a=10$ ， $a=5$ 。

所以椭圆的方程为  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 。

(2) 由椭圆  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ ，所以  $F(4, 0)$ ，

若存在，则  $F$  在  $OQ$  的中垂线上，

又  $O$ 、 $Q$  在圆  $C$  上，所以  $O$ 、 $Q$  关于直线  $CF$  对称。

直线  $CF$  的方程为  $y-2 = -\frac{1}{3}(x+2)$ ，即  $x+3y-4=0$ ，

设  $Q(x, y)$ ，则 
$$\begin{cases} \frac{y}{x} = 3 \\ \frac{x}{2} + \frac{3y}{2} - 4 = 0 \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} x = \frac{4}{5} \\ y = \frac{12}{5} \end{cases}$$

所以存在， $Q$  的坐标为  $\left( \frac{4}{5}, \frac{12}{5} \right)$ 。

34 . 解：(1) 当  $0 < x \leq 5$  时，产品全部售出；

当  $x > 5$  时，产品只能售出 500 件，故利润  $y$  的函数为

$$y = \begin{cases} (5x - \frac{x^2}{2}) - (0.5 + 0.25x) & (0 < x \leq 5) \\ (25 - \frac{5^2}{2}) - (0.5 + 0.25x) & (x > 5) \end{cases}$$

即 
$$y = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 + 4.75x - 0.5 & (0 < x \leq 5) \\ 12 - 0.25x & (x > 5) \end{cases}$$

(2) 当  $0 < x \leq 5$  时， $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4.75x - 0.5$

所以当  $x=4.75$  时， $y$  有最大值 10.78125 万元

当  $x > 5$  时， $y$  取最大值 10.75 万元

所以年产量为 475 件时利润最大。

35 . 解：(1) 由圆  $x^2 + y^2 = 6x$  得到圆心为  $(3, 0)$ ，半径为 3。根据题意，圆心坐标就是抛物线的交点坐标。

即为  $(3, 0)$ ，从而得到抛物线的标准方程为  $y^2 = 12x$ 。

(2) 因为直线过  $(3, 0)$  且它的斜率为 2，所以直线的方程为： $y = 2(x-3)$ ，即  $2x - y - 6 = 0$ 。则抛物线与直线相交，得 
$$\begin{cases} 2x - y - 6 = 0 \\ y^2 = 12x \end{cases}$$
。

整理得  $x^2 - 9x + 9 = 0$ ，

则有  $x_1 + x_2 = 9$ ， $x_1 x_2 = 9$ ，

$|AD| = \sqrt{(1+4)(81-4 \times 9)} = 15$ 。

又因为直线过圆的圆心，所以  $BC$  就是圆的直径，等于 6。

$OAD$  和  $OBC$  的高就是圆心  $O$  到直线  $2x - y - 6 = 0$  的距离  $d$ ，

则  $d = \frac{6}{\sqrt{4+1}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$ 。

由题意得： $OAB$  和  $OCD$  的面积之和就是

$S_{\triangle OAD} - S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} \times \frac{6}{\sqrt{5}} (|AD| - |BC|) = \frac{1}{2} \times \frac{6}{\sqrt{5}} (15 - 6) = \frac{27\sqrt{5}}{5}$ 。

即  $OAB$  和  $OCD$  的面积之和为  $\frac{27\sqrt{5}}{5}$

36 . 解：取出黄球的个数可能是 0，1，2，3

则  $P(\varepsilon=0)=\frac{C_7^3}{C_{10}^3}=\frac{7}{24}$

$P(\varepsilon=1)=\frac{C_7^2C_3^1}{C_{10}^3}=\frac{21}{40}$

$P(\varepsilon=2)=\frac{C_7^1C_3^2}{C_{10}^3}=\frac{7}{40}$

$P(\varepsilon=3)=\frac{C_3^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{120}$

所以黄球个数  $\varepsilon$  的概率分布为

$\varepsilon$	0	1	2	3
$P$	$\frac{7}{24}$	$\frac{21}{40}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{1}{120}$

普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（九）

- 一、选择题
- 1 . A                      2 . D                      3 . B                      4 . D                      5 . C
- 6 . B                      7 . D                      8 . C                      9 . C                      10 . B
- 11 . C                      12 . C                      13 . D                      14 . C                      15 . C
- 二、填空题
- 16 .  $\frac{8}{9}$     17 .  $(-\infty,4)\cup(4,5)$     18 .  $\frac{27}{8}$     19 .  $a-2$     20 .  $\pi$     21 .  $-1 < d < -\frac{7}{8}$     22 . 2
- 23 . -3    24 .  $\frac{2\sqrt{55}}{5}$     25 .  $c > a > b$     26 .  $x^2 - y^2 = 1$     27 .  $90^\circ$     28 . 1    29 .  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$     30 .  $\frac{3}{5}$

- 三、解答题
- 31 . 解：  $P=\{x|x^2+x-2=0\}=\{x|-2\leq x\leq 1\}$
- $\therefore U=R$  ,  $\therefore \complement_U P=\{x|x<-2\text{或}x>1\}$
- $M=\{x||x-a|<4\}=\{x|a-4<x<a+4\}$
- 又  $\because M\subseteq \complement_U P$
- $\therefore a+4\leq -2$  或  $a-4\geq 1$
- 解得  $a\leq -6$  或  $a\geq 5$
- 32 . 解：(1) 设等差数列  $\{a_n\}$  的首项为  $a_1$  , 公差为  $d$  ,

- 由题意得：  $\begin{cases} a_1+2d=-3 \\ a_1+8d=-15 \end{cases}$
- 解得  $\begin{cases} a_1=1 \\ d=-2 \end{cases}$
- $a_n=1+(n-1)(-2)=-2n+3$  .
- (2) 由  $S_k=ka_1+\frac{k(k-1)}{2}d$  , 得  $k+\frac{k(k-1)}{2}(-2)=-35$
- 即  $k^2-2k-35=0$
- 解得：  $k=7$  或  $k=-5$
- 又  $\because k\in\mathbf{N}^*$
- $\therefore k=7$
- 33 . 解：(1) 由题意得：  $y=(x-20)W$
- $= (x-20)(-2x+80)$
- $= -2x^2+120x-1600$
- $= -2(x-30)^2+200$
- 当  $x=30$  时,  $y$  取得最大值是 200 .
- 答：当销售价定为 30 元时, 每天的销售利润最大, 最大利润是 200 元 .
- (2) 由题意得：
- $(x-20)(-2x+80)\geq 150$
- 即  $-2(x-30)^2+200\geq 150$
- 解得：  $25\leq x\leq 35$
- 又  $\because x\leq 28$  ,  $\therefore 25\leq x\leq 28$
- 答：该农户要想每天获得不少于 150 元的销售利润, 销售价的取值范围为  $25\leq x\leq 28$  (元) .
- 34 . 解：(1)  $f(8)=10-\sqrt{3}\cos(\frac{\pi}{12}\times 8)-\sin(\frac{\pi}{12}\times 8)$
- $=10-\sqrt{3}\cos\frac{2\pi}{3}-\sin\frac{2\pi}{3}$
- $=10-\sqrt{3}\times(-\frac{1}{2})-\frac{\sqrt{3}}{2}=10$  .
- 故实验室上午 8 时的温度为  $10^\circ\text{C}$  .
- (2)  $\because f(t)=10-2(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\frac{\pi}{12}t+\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{12}t)=10-2\sin(\frac{\pi}{12}t+\frac{\pi}{3})$  ,
- 又  $\because 0\leq t\leq 24$  ,
- $\therefore \frac{\pi}{3}\leq \frac{\pi}{12}t+\frac{\pi}{3}\leq \frac{7\pi}{3}$  ,  $-\frac{1}{2}\leq \sin(\frac{\pi}{12}t+\frac{\pi}{3})\leq 1$  .
- $\therefore$  当  $t=2$  时,  $\sin(\frac{\pi}{12}t+\frac{\pi}{3})=1$  ; 当  $t=14$  时,  $\sin(\frac{\pi}{12}t+\frac{\pi}{3})=-1$  .
- 于是  $f(t)$  在  $[0,24]$  上取得最大值 12, 取得最小值 8 .
- 故实验室这一天最高温度为  $12^\circ\text{C}$  , 最低温度为  $8^\circ\text{C}$  , 最大温差为  $4^\circ\text{C}$  .
- 35 . 解：(1) 设  $A$  表示事件 “ 恰有一件为二等品 ” .
- $P(A)=\frac{C_2^1}{C_6^1}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$  .
- (2) 设  $\xi$  表示抽到二等品的个数 .
- 由题意知：  $\xi$  的一切可能取值为 0, 1, 2, 3 .



$$P(\xi=0)=C_3^0\left(\frac{2}{3}\right)^3\left(\frac{1}{3}\right)^0=\frac{8}{27} \quad P(\xi=1)=C_3^1\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^1=\frac{4}{9}$$

$$P(\xi=2)=C_3^2\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{2}{9} \quad P(\xi=3)=C_3^3\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$$

∴所抽到的产品为二等品的概率分布为：

$\xi$	0	1	2	3
$P$	$\frac{8}{27}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{27}$

36．解：(1) ∵  $D, E$  分别是  $PC, AC$  的中点，

∴  $PA \parallel DE$ ，

又∵  $PA \not\subset$  平面  $DEF$ ， $DE \subset$  平面  $DEF$ ，

∴  $PA \parallel$  平面  $DEF$ ．

(2) ∵  $PA \parallel DE$ ，又  $PA \perp AC$ ，

∴  $DE \perp AC$ ．

又∵  $F$  是  $AB$  中点，

$$\therefore DE = \frac{1}{2}PA = 3, \quad EF = \frac{1}{2}BC = 4,$$

又∵  $DF=5$ ，

$$\therefore DE^2 + FE^2 = DF^2,$$

∴  $DE \perp EF$ ．

又∵  $EF, AC$  是平面  $ABC$  内两条相交直线，

∴  $DE \perp$  平面  $ABC$ ，

∵  $DE \subset$  平面  $BDE$ ，

∴ 平面  $BDE \perp$  平面  $ABC$ ．

$$37．解：(1) \text{ 由题意得 } \begin{cases} a=2 \\ \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2} \\ a^2=b^2+c^2 \end{cases}$$

解得  $b=\sqrt{2}$ ，

$$\therefore \text{椭圆 } C \text{ 的方程为 } \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1.$$

(2) 设点  $M, N$  的坐标分别为  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ ，

$$\because \begin{cases} y=k(x-1) \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1 \end{cases} \text{ 得 } (1+2k^2)x^2 - 4k^2x + 2k^2 - 4 = 0, \text{ 则}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{4k^2}{1+2k^2}, \quad x_1x_2 = \frac{2k^2-4}{1+2k^2},$$

$$\therefore |MN| = \sqrt{(1+k^2)[(x_1+x_2)^2 - 4x_1x_2]} = \frac{2\sqrt{(1+k^2)(4+6k^2)}}{1+2k^2}$$

$$\text{又} \because \text{点 } A(2,0) \text{ 到直线 } y=k(x-1) \text{ 的距离 } d = \frac{|k|}{\sqrt{1+k^2}},$$

$$\therefore \triangle AMN \text{ 的面积为 } S = \frac{1}{2}|MN|d = \frac{|k|\sqrt{4+6k^2}}{1+2k^2},$$

$$\frac{|k|\sqrt{4+6k^2}}{1+2k^2} = \frac{\sqrt{10}}{3},$$

解得  $k = \pm 1$ ．

## 普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（十）

### 一、选择题

- |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 1．B  | 2．D  | 3．B  | 4．A  | 5．A  |
| 6．C  | 7．C  | 8．A  | 9．C  | 10．C |
| 11．A | 12．B | 13．C | 14．B | 15．B |

### 二、填空题

- |          |                         |  |       |          |                               |         |
|----------|-------------------------|--|-------|----------|-------------------------------|---------|
| 16．-2    | 17． $(-\frac{3}{2}, 3)$ | 18． $\frac{49}{2}$                       | 19．1  | 20．(0,3) | 21．-2                         | 22．4    |
| 23．-4    | 24． $3x-2y-17=0$        | 25． $-\frac{\pi}{6}$ 或 $-\frac{5\pi}{6}$ | 26．-1 | 27．30°   | 28． $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ | 29．-252 |
| 30．0.189 |                         |  |       |          |                               |         |

### 三、解答题

31．解：  $B = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 5\}$ ， $A \cup B = \mathbf{R}$ ，

$$\begin{cases} 2a < -1, \\ a + 8 \leq 5, \end{cases}$$

解得  $-3 \leq a < -\frac{1}{2}$ ．

$$32．解：(1) \text{ 由题意得 } \begin{cases} a_1q = 3, \\ a_1q^4 = 81, \end{cases}$$

解得  $a_1 = 1, q = 3$ ．

$$a_n = 3^{n-1}.$$

$$(2) \quad b_n = \log_3 3^{n-1}$$

$$b_n = n - 1,$$

$$\text{又} \quad b_n - b_{n-1} = (n-1) - (n-2) = 1,$$

$\{b_n\}$  是以 0 为首项，以 1 为公差的等差数列，

$$S_n = \frac{n(n-1)}{2}.$$

33．解：(1)  $\frac{C_4^3}{C_6^3} = \frac{1}{5}$  ．

(2) 参加比赛的女生人数  $\xi$  的所有可能值为 0、1、2，

故  $P(\xi=0) = \frac{C_4^3}{C_6^3} = \frac{1}{5}, P(\xi=1) = \frac{C_4^2 C_2^1}{C_6^3} = \frac{3}{5}, P(\xi=2) = \frac{C_4^1 C_2^2}{C_6^3} = \frac{1}{5}$  ．

则参加比赛的女生人数的概率分布为：

$\xi$	0	1	2
$P$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

34．解：(1)  $y = \begin{cases} 120x, & (0 < x \leq 30) \\ [120 - (x - 30)]x, & (30 < x \leq m) \\ [120 - (m - 30)]x, & (m < x \leq 100) \end{cases}$  ．

(2) 由(1)可知当  $0 < x \leq 30$  或  $m < x < 100$ ，函数值  $y$  都是随着  $x$  增加而增加，当  $30 < x \leq m$  时，  
 $y = -x^2 + 150x = -(x - 75)^2 + 5625$ ，

$a = -1 < 0$ ，  
 $x = 75$  时， $y$  随着  $x$  增加而增加，  
 为了让收取的总费用随着团队中人数的增加而增加，  
 $30 < m \leq 75$  ．

35．解：由题意得： $f(x) = m(\sin 2x + 1) + \cos 2x$ ，

∵ 函数  $f(x)$  的图像经过点  $\left(\frac{\pi}{4}, 2\right)$

∴  $m\left(\sin 2 \times \frac{\pi}{4} + 1\right) + \cos 2 \times \frac{\pi}{4} = 2$

即  $2m = 2$ ，  
 解得： $m = 1$  ．

(2) 由(1)可知  $f(x) = \sin 2x + \cos 2x + 1$

即  $f(x) = \sqrt{2}\left(\sin 2x + \frac{\pi}{4}\right) + 1$

当  $2x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ， $k \in \mathbf{Z}$  时，函数  $f(x)$  取得最大值  $\sqrt{2} + 1$  ．

∴  $x$  的取值集合为  $\left\{x \mid x = \frac{\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbf{Z}\right\}$

36．证明：(1) ∵  $SA \perp$  平面  $ABC$ ，

∴  $\angle SBA$  为  $SB$  与平面  $ABC$  所成的角，

即  $\angle SBA = 45^\circ$ ，

又 ∵  $SA \perp AB$ ，∴  $SA = AB = 1$ ，

即  $SB = BC = \sqrt{2}$ ，

∴  $SBC$  为等腰三角形，

又 ∵  $E$  是  $SC$  的中点，

∴  $BE \perp SC$ ，

又 ∵  $DE \perp SC$ ， $DE$  交  $BE$  于  $E$  点，

∴  $SC \perp$  平面  $DEB$ ，

(2) 过点  $E$  作  $EF \perp AC$  交  $AC$  于  $F$  点，再过  $F$  点作  $FH \perp BD$  交  $AC$  于  $H$  点，连结  $EH$ ，

则  $\angle EHF$  为二面角  $E - BD - C$  的平面角．

∵  $SA \perp$  平面  $ABC$ ， $EF \perp AC$

∴  $EF \perp$  平面  $ABC$ ，

又 ∵  $BD \subset$  平面  $ABC$ ，

∴  $EF \perp BD$ ，

又 ∵  $FH \perp BD$ ，

∴  $BD \perp$  平面  $EFH$ ，

又 ∵  $EH \subset$  平面  $EFH$ ，

∴  $EH \perp BD$ ，

$\angle EHF$  为二面角  $E - BD - C$  的平面角．

37．解(1) ∵  $l \perp x$  轴，∴  $F_2$  的坐标为  $(\sqrt{2}, 0)$ ，

由题意得  $\begin{cases} \frac{2}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1 \\ a^2 - b^2 = 2 \end{cases}$  得  $\begin{cases} a^2 = 4 \\ b^2 = 2 \end{cases}$

∴ 所求椭圆方程为  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$  ．

(2) 由(1)可知  $B$  点的坐标为  $(0, -\sqrt{2})$ ，

∴ 直线  $BF_2$  的方程为  $y = x - \sqrt{2}$ ，

由  $\begin{cases} y = x - \sqrt{2} \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1 \end{cases}$  得点  $N$  的纵坐标为  $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ，

又  $|F_1 F_2| = 2\sqrt{2}$ ，

∴  $S_{F_1 B N} = \frac{1}{2} \times \left(\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{3}\right) \times 2\sqrt{2} = \frac{8}{3}$  ．

# 普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（十一）

## 一、选择题

- 1 .D    2 .D    3 .C    4 .D    5 .A    6 .A    7 .D    8 .B    9 .A    10 .C    11 .A    12 .C  
 13 .C    14 .D    15 .B

## 二、填空题

- 16 . —    17 .  $(-2, 3)$     18 . 3    19 .  $\frac{1}{9}$     20 .  $f(x) = x^2 - 2x - 1$     21 . -1    22 . 3

23 .  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

24 .  $90^{\circ}$

25 .  $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{9}=1$ 或 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{3}=1$

$y=\pm\sqrt{3}x$ 或 $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$

26 .  $90^{\circ}$

27 .  $-2$  ;

15

28 . 240

三、解答题

29 . 解： $A=\left\{x\left|x^2-x-6=0\right.\right\}=\left\{x\left|x>3\right.\right.$ 或 $x<2\}$

$B=\left\{x\left|a<x<4+a\right.\right\}$

$\therefore A\cap B=\varnothing$

$\therefore \begin{cases} a-2\geq 4+a-3 \end{cases}$ 即 $-2\leq a\leq -1$

$\therefore a$ 的取值范围为 $[-2,-1]$

30 . 解： $y=\sin x\cdot\cos x+\cos\left(x+x\right)\cdot\cos x$

$=\frac{1}{2}\sin 2x-\cos^2 x$

$=\frac{1}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}\cos 2x-\frac{1}{2}$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x-\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 2x\right)-\frac{1}{2}$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)-\frac{1}{2}$

(1) 此函数最小正周期 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$  .

(2) 当 $2x-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}$ 时，即 $x=\frac{3\pi}{8}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$ 时， $y$ 有最大值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}$  .

31 . 设商品单价提高 $x$ 元，商品利润为 $y$ ，根据题意得

$y=(15+x-5)(100-4x)=-4x^2+60x+1000$

对称轴为 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{60}{2\times(-4)}=\frac{15}{2}=7\frac{1}{2}$

因为 $x\in\mathbf{Z}$ ，所以 $x=7$ 或 $x=8$ ，

当 $x=7$ 时，销售量为 $100-4\times7=72$ (件)；

当 $x=8$ 时，销售量为 $100-4\times8=68$ (件) .

所以当 $x=8$ 时，投资少且利润最大，最大利润为 $(-4)\times8^2+60\times8+1000=1224$ (元) .

32 . (1) 当 $n=1$ 时， $a_1=S_1=(-2)\times1^2-1=-3$ ；

当 $n\geq2$ 时， $a_n=S_n-S_{n-1}=-2n^2-n-[-2(n-1)^2-(n-1)]=-4n+1$  .

又 $a_1=(-4)\times1+1=-3$  .

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=-4n+1$  .

(2)  $a_1=-3$ ， $a_{20}=(-4)\times20+1=-79$ ，

$S_{20}=20\times\frac{(a_1+a_{20})}{2}=-820$  .

33 . 解：设事件 $A=\left\{\text{张勇获一等奖}\right\}$ ，事件 $B=\left\{\text{李军获一等奖}\right\}$ ，

则 $P(A)=\frac{4}{5}$ ， $P(B)=\frac{3}{4}$ ， $P(\overline{A})=\frac{1}{5}$ ， $P(\overline{B})=\frac{1}{4}$  .

事件 $A$ 与事件 $B$ 是相互独立事件 .

(1) 事件 $C=\left\{\text{两人都获一等奖}\right\}$ ，

$P(C)=P(AB)=P(A)P(B)=\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{5}$  .

(2) 事件 $D=\left\{\text{至少有一人获一等奖}\right\}$ ，

$P(D)=1-P(\overline{A}\overline{B})=1-P(\overline{A})P(\overline{B})=1-\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{19}{20}$  .

34 . (1) 证明：因为面 $PAC\perp$ 面 $ABC$ ， $BC\perp AC$ ，

所以 $BC\perp$ 面 $PAC$ ，

所以 $BC\perp AP$ ，即 $AP\perp BC$ ，

又 $\angle APC=90^{\circ}$ ， $AP\perp PC$ ，

所以 $AP\perp$ 面 $PBC$ ， $AP\subseteq$ 面 $PAB$ ，故平面 $PAB\perp$ 平面 $PBC$  .

(2) 取 $AC$ 中点 $E$ ，连 $PE$ ，

因为 $PE=PC$ ， $PE\perp AC$ ，

又面 $PAC\perp$ 面 $ABC$ ，所以 $PE\perp$ 面 $ABC$ ，

作 $PM\perp AB$ ，交 $AB$ 于点 $M$ ，连 $ME$ ，

则 $\angle PME$ 即为二面角 $P-AB-C$ 的平面角，

设 $PE=1$ ，则 $AE=1$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AME$ 中，已知 $\angle MAE=30^{\circ}$

故 $ME=\frac{1}{2}AE=\frac{1}{2}$

在 $\text{Rt}\triangle PEM$ 中， $\tan\angle PME=\frac{PE}{ME}=2$  .

35 . 解：由 $2x-y-1=0$ 变形得 $y=2x-1$  .

设 $A(x_1,y_1)$ ， $B(x_2,y_2)$ ，

联立 $\begin{cases} y=2x-1 \\ y^2=12x \end{cases}$ ，得方程 $(2x-1)^2=12x$ ，

整理得 $4x^2-16x+1=0$ ，

由韦达定理得 $x_1+x_2=4$ ， $x_1x_2=\frac{1}{4}$ ，

所以 $y_1+y_2=(2x_1-1)+(2x_2-1)=2(x_1+x_2)-2=6$  .

所以 $AB$ 中点坐标为 $\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$ ，即圆心为 $(2,3)$  .

$(x_2-x_1)^2=(x_2+x_1)^2-4x_1x_2=4^2-4\times\frac{1}{4}=15$ ，

$(y_2-y_1)^2=[(2x_2-1)-(2x_1-1)]^2=4(x_2-x_1)^2=60$ ，

$|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{15+60}=\sqrt{75}$ ，

所以半径 $r=\frac{\sqrt{75}}{2}$  .

所以，所求圆的标准方程为 $(x-2)^2+(y-3)^2=\frac{75}{4}$  .

# 普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（十二）

## 一、选择题

1 .C    2 .D    3 .B    4 .B    5 .A    6 .A    7 .C    8 .D    9 .B    10 .A    11 .C    12 .B  
13 . A    14 . D    15 . D

## 二、填空题

16 . 0    17 .  $[-1,2)$     18 . 7    19 .  $\left(\frac{3}{4},1\right)$     20 . -1    21 . 160    22 . 28    23 .  $\frac{24}{25}$     24 . 3  
或-1    25 .  $(2,+\infty)$     26 . 32    27 .  $120^\circ$     28 .  $-\frac{1}{2}$     29 .  $90^\circ$     30 .  $\frac{3}{5}$

## 三、解答题

31 . 解：由  $x^2+x-6=0$  得  $x=-3$  或  $x=2$  ,

$$A=\{x|x=-3 \text{ 或 } x=2\} ,$$

由  $|x+a|<2$  得  $-2-a<x<2-a$  ,

$$B=\{x|-2-a<x<2-a\} ,$$

$$A\cap B\neq\varnothing$$

$$-2-a<-3 \text{ 或 } 2-a>2$$

解得  $a>1$  或  $a<0$  .

实数  $a$  的取值范围为  $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$  .

32 . 解：(1) 在等差数列  $\{a_n\}$  中 ,

由  $a_1+a_2+a_3=12$  得  $3a_1+3d=12$  ,

$$a_1=2 , \quad d=2 ,$$

$$a_n=a_1+(n-1)d$$

$$=2+2(n-1)$$

$$=2n .$$

(2)  $b_n=2^{a_n}=2^{2n}=4^n$  ,

$$\frac{b_{n+1}}{b_n}=\frac{4^{n+1}}{4^n}=4 .$$

$\{b_n\}$  是等比数列 , 公比  $q=4$  ,  $b_1=4$  .

$$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{4(1-4^n)}{1-4}=\frac{4^{n+1}-4}{3} .$$

33 . 解：设等腰梯形的腰长为  $x$  米 , 所围成菜地的面积为  $y$  平方米 , 等腰梯形的底边长分别为  $(30-2x)$

米 ,  $(30-2x)+2x\cos 60^\circ=(30-x)$  米 , 高为  $\frac{\sqrt{3}}{2}x$  米 , 则

$$y=\frac{1}{2}[(30-2x)+(30-x)]\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}x$$

$$=-\frac{3\sqrt{3}}{4}(x-10)^2+75\sqrt{3}$$

当  $x=10$  时 ,  $y$  最大 , 最大值为  $75\sqrt{3}$  ,

当等腰梯形的腰长为 10 米时 , 所围成的菜地面积最大 , 最大面积是  $75\sqrt{3}$  平方米 .

34 . 解：(1) 在  $\triangle ABC$  中 , 因为  $b^2+c^2-a^2=bc$  ,

$$\text{所以, 由余弦定理得 } \cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{bc}{2bc}=\frac{1}{2} ,$$

因为  $0<A<\pi$  ,

$$\text{所以 } A=\frac{\pi}{3} .$$

(2)  $f(x)=\sin x+2\cos^2\frac{x}{2}=\sin x+\cos x+1=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+1$  ,

$$f(B)=\sqrt{2}\sin\left(B+\frac{\pi}{4}\right)+1=\sqrt{2}+1 ,$$

$$\text{所以 } \sin\left(B+\frac{\pi}{4}\right)=1 ,$$

$$\text{所以 } B+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2} , \quad B=\frac{\pi}{4} ,$$

$$\text{由正弦定理得 } \frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B} , \text{ 即 } \frac{2}{\sin\frac{\pi}{3}}=\frac{b}{\sin\frac{\pi}{4}} .$$

$$\text{所以 } b=\frac{2\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{2\sqrt{6}}{3} .$$

35 . 解：(1) 点  $A(2,-1)$  是直线  $l$  与抛物线  $x^2=2py$  的公共点 ,

将点  $A(2,-1)$  坐标代入抛物线方程得  $4=2p\cdot(-1)$

$$p=-2$$

抛物线方程为  $x^2=-4y$  .

(2) 直线  $l$  与直线  $x+y=0$  平行 .

直线  $l$  的斜率  $k=-1$  ,

又直线  $l$  过点  $A(2,-1)$  ,

直线  $l$  的方程为  $y-(-1)=(-1)\times(x-2)$  ,

即  $x+y-1=0$  ,

抛物线  $x^2=-4y$  的焦点坐标为  $(0,-1)$  ,

$$\text{抛物线焦点到直线的距离为 } d=\frac{|0+(-1)-1|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\sqrt{2} .$$

36 . 解： $\xi$  可能取的值为 0,1,2 .

$$P(\xi=0)=C_2^0\times\left(\frac{1}{4}\right)^0\times\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{16} ,$$

$$P(\xi=1)=C_2^1\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{8} ,$$

$P(\xi=2)=C_2^2\times\left(\frac{1}{4}\right)^2\times\left(\frac{3}{4}\right)^0=\frac{1}{16}$  .

选择正确的题目个数  $\xi$  的概率分布为

$\xi$	0	1	2
$P$	$\frac{9}{16}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{16}$

37 . ( 1 ) 证明：连  $AC , BC ,$   
 $AB$  是圆  $O$  的直径  
 $AC \perp BC ,$   
 $PA$  垂直于圆  $O$  所在的平面 ,  
 $PA \perp BC ,$   
 $AC \cap PA=A ,$   
 $BC \perp$  平面  $PAC ,$   
 $AF \subset$  平面  $PAC ,$   
 $BC \perp AF ,$   
 $AF \perp PC , BC \cap PC=C ,$   
 $AF \perp$  平面  $PBC .$   
( 2 ) 连  $EF ,$   
由 ( 1 ) 得  $AF \perp$  平面  $PBC ,$   
 $AF \perp PB ,$   
 $AE \perp PB , AE \cap AF=A ,$   
 $PB \perp$  平面  $AEF ,$   
 $PB \perp EF ,$   
 $\angle AEF$  是二面角  $A-PB-C$  的平面角 ,  
在 Rt  $\triangle AEF$  中  $\sin \angle AEF = \frac{AF}{AE} = \frac{1}{2} ,$   
 $\angle AEF=30^\circ ,$   
即二面角  $A-PB-C$  的度数为  $30^\circ .$

普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（十三）

一、选择题

- 1 . D    2 . A    3 . C    4 . D    5 . A    6 . C    7 . D    8 . A    9 . A    10 . A    11 . D  
12 . C    13 . C    14 . A    15 . B

二、填空题

- 16 .  $-81$     17 .  $[-4,3]$     18 .  $\{(2,4)\}$     19 .  $2x+\sqrt{6}y-10=0$   
20 .  $-2$     21 .  $(4,+\infty)$     22 .  $\frac{\pi}{3}$     23 .  $2\sqrt{13}$   
24 .  $-19$     25 .  $960$     26 .  $60^\circ$     27 .  $\frac{1}{16}$   
28 .  $x+y=0$ 或 $x+y-2=0$     29 .  $-1 , -2$

三、解答题

30 . 解：由已知可得 $\begin{cases} a^2+2a-3=5 \\ |2a-1|=3 \end{cases}$  整理得 $\begin{cases} a^2+2a-8=0 \\ 2a-1=-3 \text{或} 2a-1=3 \end{cases}$  ,  
于是 $\begin{cases} a=-4 \text{或} a=2 \\ a=-1 \text{或} a=2 \end{cases}$  , 从而得 $a$ 的值为 $2$  .  
31 . 解：由 $\frac{a_4+a_6}{a_1+a_3}=\frac{a_1q^3+a_3q^3}{a_1+a_3}=q^3=\frac{1}{8}$  , 从而得 $q=\frac{1}{2}$  .  
又 $a_1+a_3=a_1+a_1q^2=10$  , 得 $a_1=8$  .  
所以 $a_4=a_1q^2=8\times\left(\frac{1}{2}\right)^3=1$  .  
 $S_5=\frac{a_1(1-q^2)}{1-q}=\frac{8\times\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^5\right]}{1-\frac{1}{2}}=\frac{31}{2}$  .  
32 . ( 1 ) 解：当 $x \leq 20$ 时 ,  $y=2x$  ,  
当 $x > 20$ 时 ,  $y=2\times 20+2.6\times(x-20)=2.6x-12$  .  
因此 ,  $y$ 与 $x$ 的函数关系式为 $y=\begin{cases} 2x & (x \leq 20) \\ 2.6x-12 & (x > 20) \end{cases}$   
( 2 ) 由于 $15 < 20$  , 所以四月份应缴水费为 $2\times 15=30$ 元 .  
由于 $28 > 20$  , 所以五月份应缴水费为 $2.6\times 28-12=60.8$ 元 .  
33 . 解：由已知得取到的蓝球的数目 $\xi$ 的可能取值为 $0,1,2,3$  .  
并且 $P(\xi=0)=\frac{C_6^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{6}$  ;     $P(\xi=1)=\frac{C_6^2C_4^1}{C_{10}^3}=\frac{1}{2}$  ;  
 $P(\xi=2)=\frac{C_6^1C_4^2}{C_{10}^3}=\frac{3}{10}$  ;     $P(\xi=3)=\frac{C_4^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{30}$  .  
所以 $\xi$ 的概率分布为

$\xi$	0	1	2	3
$P$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

$P(\xi \leq 1)=P(\xi=1)+P(\xi=2)+P(\xi=3)=\frac{1}{2}+\frac{3}{10}+\frac{1}{30}=\frac{5}{6}$  .

$$34. \text{ 解: } f(x) = \sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x = 2 \left( \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x \right) \\ = 2 \left( \sin 2x \cos \frac{\pi}{3} + \cos 2x \sin \frac{\pi}{3} \right) = 2 \sin \left( 2x + \frac{\pi}{3} \right)$$

$$\text{即 } f(x) = 2 \sin \left( 2x + \frac{\pi}{3} \right)$$

$$\text{所以最小正周期 } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2} = \pi.$$

$$\text{令 } -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq 2x + \frac{\pi}{3} \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z},$$

$$\text{得 } -\frac{5\pi}{12} + k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbf{Z}.$$

$$\text{即该函数的单调递增区间为 } \left[ -\frac{5\pi}{12} + k\pi, \frac{\pi}{12} + k\pi \right], k \in \mathbf{Z}.$$

35. (1) 证明: 平面  $ABC \perp$  平面  $BCD$ , 交线为  $BC$ , 因为  $CD \perp BC$ , 所以  $CD \perp$  平面  $ABC$ , 从而  $CD \perp AB$ , 又因为  $AB \perp AC$ , 所以  $AB \perp$  平面  $ACD$ , 又  $AB \subseteq$  平面  $ABD$ , 所以平面  $ABD \perp$  平面  $ACD$ .

(2) 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ , 取  $BC$  中点  $O$ , 连接  $AO$ , 则  $AO \perp BC$ , 因为平面  $ABC \perp$  平面  $BCD$ , 所以  $AO \perp$  平面  $BCD$ , 从而  $AO \perp BD$ , 作  $AE \perp BD$ , 垂足为  $E$ , 连接  $OE$ , 则  $BD \perp$  平面  $AEO$ , 从而  $OE \perp BD$ , 所以  $\angle AEO$  为二面角  $A-BD-C$  的平面角.

$$\text{设 } AB = AC = CD = 1,$$

$$\text{在 Rt } \triangle BAC \text{ 中, } AO = BO = \frac{\sqrt{2}}{2}, BC = \sqrt{2},$$

$$\text{在 Rt } \triangle BCD \text{ 中, } CD = 1, BC = \sqrt{2}, BD = \sqrt{3},$$

$$\frac{BO}{BD} = \frac{OE}{CD}, \text{ 即 } \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{OE}{1}, \text{ 得 } OE = \frac{\sqrt{6}}{6}.$$

$$\text{在 Rt } \triangle AOE \text{ 中, } \tan \angle AEO = \frac{AO}{OE} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{6}}{6}} = \sqrt{3},$$

$$\text{所以 } \angle AEO = 60^\circ,$$

$$\text{即二面角 } A-BD-C \text{ 为 } 60^\circ.$$

36. 解: (1) 圆方程变形为  $(x-1)^2 + y^2 = 1$ , 圆心为  $(1,0)$ , 即抛物线的焦点坐标为  $(1,0)$ ,

设抛物线的标准方程为  $y^2 = 2px (p > 0)$ , 已知  $\frac{p}{2} = 1$ , 故  $p = 2$ .

所以, 抛物线的标准方程为  $y^2 = 4x$ ,

过焦点  $(1,0)$ , 倾斜角为  $45^\circ$  的直线方程为  $y = \tan 45^\circ (x-1)$ , 即  $y = x-1$ .

设  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ .

$$\text{联立 } \begin{cases} y = x-1 \\ y^2 = 4x \end{cases}, \text{ 得方程 } (x-1)^2 = 4x.$$

$$\text{整理得 } x^2 - 6x + 1 = 0.$$

$$\text{由韦达定理得 } x_1 + x_2 = 6, x_1 x_2 = 1,$$

$$\text{所以 } y_1 + y_2 = (x_1 - 1) + (x_2 - 1) = x_1 + x_2 - 2 = 4,$$

$$\text{所以 } AB \text{ 中点 } M \text{ 的坐标为 } \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right), \text{ 即 } (3, 2).$$

$$(2) (x_2 - x_1)^2 = (x_2 + x_1)^2 - 4x_1 x_2 = 6^2 - 4 \times 1 = 32,$$

$$(y_2 - y_1)^2 = [(x_2 - 1) - (x_1 - 1)]^2 = (x_2 - x_1)^2 = 32,$$

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{32 + 32} = 8.$$

## 普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷(十四)

### 一、选择题

1. D    2. D    3. C    4. A    5. A    6. C    6. A    7. C    8. D    10. B    11. A  
12. C    13. D    14. B    15. A

### 二、填空题

16.  $-\frac{1}{2}$     17.  $\left(-\frac{1}{3}, 1\right)$     18.  $(-1, 3)$     19. 37    20. 2    21.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$     22.  $\frac{9}{20}$     23.  $\frac{7}{6}$     24.  $\sqrt{6}$   
25.  $(4, 2)$     26. 240    27. 36    28.  $\frac{3}{4}$     29.  $\frac{3}{7}$     30.  $\frac{9}{392}$

### 三、解答题

$$31. \text{ 解: } x^2 + x - 6 = 0,$$

$$x = -3 \text{ 或 } x = 2,$$

$$A = \{x | x = -3 \text{ 或 } x = 2\},$$

$$B = \{x | -2 - a < x < 2 - a\},$$

$$A \cap B = \emptyset$$

$$a \text{ 的取值范围为 } [0, 1].$$

$$32. \text{ 解: (1) 设此一次函数解析式为 } y = kx + b (k \neq 0)$$

$$\text{则 } \begin{cases} 15k + b = 25 \\ 20k + b = 20 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = -1 \\ b = 40 \end{cases},$$

$$\text{则一次函数解析式为 } y = -x + 40.$$

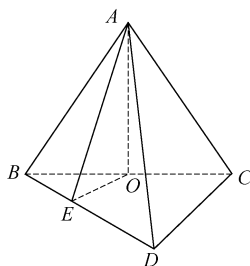
(2) 销售价定为 25 元时, 所获销售利润为 225 元.

$$33. \text{ 解: (1) 设 } f(x) \text{ 表达式为: } f(x) = ax + b, f(8) = 8a + b = 15,$$

$$\text{依题 } f^2(5) = f(2)f(4), \text{ 即 } (5a + b)^2 = (2a + b)(4a + b),$$

$$\text{所以 } 25a^2 + 10ab + b^2 = 8a^2 + 6ab + b^2, a \neq 0,$$

$$\text{解得 } b = -17a/4, \text{ 代入 } 8a + b = 15,$$



得  $8a-17a/4=15$  , 解得  $a=4$  ,  $b=-17$  ,  
 所以  $f(x)=4x-17$  .  
 ( 2 )  $a_n = f(n) = 4n - 17$  ,  
 $\because a_{n+1} - a_n = 4$  ,  
 $\therefore \{a_n\}$  是公差为 4 的等差数列 ,  $\therefore S_{2n} = 8n^2 - 30n$  .

34 . 解 : ( 1 )  $\because \vec{m} \perp \vec{n}$  ,  
 $\therefore (a+c)(a-c) + b(a+b) = 0$  ,  
 $\therefore \cos C = -\frac{1}{2}$  ,  
 $\because 0 < C < \pi$  ,  $\therefore \angle C = \frac{2\pi}{3}$  ,

( 2 )  $b=10$  或  $b=-20$  ( 舍 )  
 $\therefore S = \frac{1}{2}ab\sin C = 25\sqrt{3}$  .

35 .  
 解 : ( 1 ) 将 (0,4) 代入  $C$  的方程得  $\frac{16}{b^2} = 1$  ,

$\therefore b=4$  ,  
 又  $e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5}$  ,  
 得  $\frac{a^2 - b^2}{a^2} = \frac{9}{25}$  , 即  $1 - \frac{16}{a^2} = \frac{9}{25}$  ,  
 $\therefore a=5$  ,  
 $\therefore C$  的方程为  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$  .

( 2 ) 过点 (3,0) 且斜率为  $\frac{4}{5}$  的直线方程为  $y = \frac{4}{5}(x-3)$  ,  
 设直线与  $C$  的交点为  $A(x_1, y_1)$  ,  $B(x_2, y_2)$  ,  
 将直线方程  $y = \frac{4}{5}(x-3)$  代入  $C$  的方程 , 得  $\frac{x^2}{25} + \frac{(x-3)^2}{25} = 1$  ,  
 即  $x^2 - 3x - 8 = 0$  , 解得  $x_1 = \frac{3 - \sqrt{41}}{2}$  ,  $x_2 = \frac{3 + \sqrt{41}}{2}$  ,  
 $\therefore AB$  的中点坐标  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3}{2}$  ,  $\bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{2}{5}(x_1 + x_2 - 6) = -\frac{6}{5}$  ,  
 即中点为  $\left(\frac{3}{2}, -\frac{6}{5}\right)$  .

36 . ( 1 ) 随机变量  $\varepsilon$  的可能取值为 0,1,2,3 , 相应概率为  
 $P(\varepsilon=0) = \frac{1}{6}$  ,  $P(\varepsilon=1) = \frac{1}{2}$  ,  $P(\varepsilon=2) = \frac{3}{10}$  ,  $P(\varepsilon=3) = \frac{1}{30}$   
 所以  $\varepsilon$  的概率分布为

$\varepsilon$	0	1	2	3
$P$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

( 2 )  $P(\varepsilon = 2) = P(\varepsilon = 2) + P(\varepsilon = 3)$   
 $= \frac{3}{10} + \frac{1}{30}$   
 $= \frac{1}{3}$

37 . ( 1 )  $\because$  面  $PAC \perp$  面  $ABC$  ,  $BC \perp AC$  ,  $\therefore BC \perp$  面  $PAC$  ,  $BC \perp PA$  . 又  $PA \perp PC$  ,  
 $\therefore PA \perp$  面  $PBC$  ,  $\therefore PAB \perp$  面  $PBC$  .  
 $\therefore$  面  $PAB \perp$  面  $PBC$  .  
 ( 2 ) 取线段  $AC$  中点  $D$  , 连接  $PD$  , 过  $D$  做  $DE \perp AB$  于  $E$  , 连接  $PE$  ,  
 $\because PA=PC$  ,  
 $\therefore PD \perp AC$  ,  
 $\because$  平面  $PAC \perp$  平面  $ABC$  ,  
 $\therefore PD \perp$  平面  $ABC$  ,  
 $\because PD \perp AB$  ,  $DE \perp AB$  ,  
 $\therefore \angle PED$  为二面角的平面角  $\tan \angle PED = \frac{PD}{PE} = 2$  .

# 普通高校对口升学考试考前实战冲刺试卷（十五）

## 一、选择题

1 . C    2 . D    3 . A    4 . A    5 . C    6 . B    7 . D    8 . C    9 . B    10 . A    11 . D    12 . D  
 13 . D    14 . A    15 . A

## 二、填空题

16 .  $\{(1,2)\}$     17 .  $(\frac{1}{2}, 1)$     18 .  $[1, +\infty)$     19 . 一或三    20 .  $[-2, +2]$     21 . 10    22 .  $\frac{1}{2}$     23 .  $\frac{9}{20}$   
 24 .  $\sqrt{2}$     25 .  $3x+2y=0$     26 .  $5\sqrt{5}$  cm    27 . 6    28 . -1    29 . 1440    30 .  $\frac{5}{12}$

## 三、解答题

31 . 解 : 集合  $A$  表示关于  $x$  的一元二次方程的解集 , 则由  $A \cap \mathbf{R}^+ = \emptyset$  , 可得两种情况 :  
 ( 1 ) 方程  $x^2 + (m+2)x + 1 = 0$  无实数根 , 则由  $\Delta = (m+2)^2 - 4 < 0$  , 得  $-4 < m < 0$  ,  
 ( 2 ) 方程  $x^2 + (m+2)x + 1 = 0$  有两个负实数根 , 即由  $\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ x_1 + x_2 = -(m+2) < 0 \end{cases}$  得  $m \leq 0$  ,

综上所述 , 得  $m > -4$  .

32 . 解 : ( 1 ) 由  $S_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 18$  , 得  $a_2 = 6$  .

由  $a_2$  与 2 的等差中项等于  $S_2$  与 2 的等比中项 , 得  $(\frac{6+2}{2})^2 = 2S_2$  , 解得  $S_2 = 8$  ,

即  $a_1+a_2=8$  , 从而  $a_1=2$  ,  $d=4$  , 所以  $a_n=4n-2$  .

(2) 该数列的第 10 项到第 20 项的和为

$$S_{20}-S_9=(20\times 2+\frac{20\times 19}{2}\times 4)-(9\times 2+\frac{9\times 8}{2}\times 4)=638 .$$

33 . 解 : 由  $\sin \theta -\cos \theta =\frac{\sqrt{2}}{2}$  , 两边平方得  $1-2 \sin \theta \cos \theta =\frac{1}{2}$  , 即  $\sin \theta \cos \theta =\frac{1}{4}$  .

因此  $\sin \theta , \cos \theta$  同号 , 又  $\theta \in (-\pi,0)$  , 故  $\sin \theta <0$  ,  $\cos \theta <0$  ,

由  $(\sin \theta +\cos \theta )^2=1+2 \sin \theta \cos \theta =\frac{3}{2}$  , 得  $\sin \theta +\cos \theta =-\frac{\sqrt{6}}{2}$  ,

所以  $\sin ^2 \theta -\cos ^2 \theta =(\sin \theta -\cos \theta )(\sin \theta +\cos \theta )=-\frac{\sqrt{3}}{2}$  .

34 . 解 : 设等腰梯形的腰长为  $x$  米时 , 所围成的菜地面积为  $y$  平方米 .

由题意 , 梯形的高  $h=\frac{\sqrt{3}}{2} x$  , 下底长  $(30-2 x)$  米 , 上底长  $(30-x)$  米 ,

则面积为  $y=(60-3 x) \times \frac{\sqrt{3}}{2} x \times \frac{1}{2}=-\frac{3 \sqrt{3}}{4} x^2+15 \sqrt{3} x=-\frac{3 \sqrt{3}}{4}(x-10)^2+75 \sqrt{3}$  .

当  $x=10$  时 ,  $y$  有最大值为  $75 \sqrt{3}$  .

答 : 当等腰梯形的腰长为 10 米时 , 所围成的菜地面积最大 , 最大面积是  $75 \sqrt{3}$  平方米 .

35 . 解 :  $x^2+4 y^2=64$  可化为  $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{16}=1$  , 其焦点为  $(\pm 4 \sqrt{3}, 0)$  ,

由题意 , 双曲线顶点为  $(\pm 4 \sqrt{3}, 0)$  , 渐近线方程为  $y=\pm \frac{\sqrt{3}}{3} x$  , 故  $a=4 \sqrt{3}$  ,  $b=4$  .

即双曲线方程为  $\frac{x^2}{48}-\frac{y^2}{16}=1$  , 其右焦点为  $(8,0)$  , 直线倾角为  $45^{\circ}$  , 所以斜率  $k=1$  .

所以直线方程为  $y=x-8$  ,

由  $\begin{cases} y=x-8 \\ \frac{x^2}{48}-\frac{y^2}{16}=1 \end{cases}$  , 整理得  $x^2-24 x+120=0$  , 有  $x_1+x_2=24$  ,  $x_1 x_2=120$  ,

故线段  $|A B|=8 \sqrt{3}$  .

36 . 解 :  $\xi$  的所有可能取值为 0、1、2 .

$P(\xi=0)=\frac{C_3^3}{C_5^3}=\frac{1}{10}$  ,  $P(\xi=1)=\frac{C_2^1 \cdot C_3^2}{C_5^3}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$  ,

$P(\xi=2)=\frac{C_3^1 \cdot C_2^2}{C_5^3}=\frac{3}{10}$

所以  $\xi$  的概率分布为

$\xi$	0	1	2
$P$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$

37 . 证明 : (1) 因为  $N$  为  $B D$  的中点 , 又  $A D=A B$  , 所以  $A N \perp B D$  ,

因为  $D A \perp$  平面  $A B C$  , 所以  $D A \perp B C$  . 又因为  $A B \perp B C$  , 所以  $B C \perp$  平面  $A D B$  ,

所以  $B C \perp A N$  , 又  $A N \cap B D=N$  ,  $B C \cap B D=B$  , 所以  $A N \perp$  平面  $B C D$  .

又因为  $A N \subseteq$  平面  $D A B$  , 所以 , 面  $D B C \perp$  面  $D A B$  .

(2) 因为  $A N \perp$  平面  $B C D$  ,  $D C \subseteq$  平面  $B D C$  , 所以  $D C \perp A N$  , 又  $D C \perp A M$  ,

$A N \cap A M=A$  , 所以  $D C \perp$  面  $A M N$  , 因为  $M N \subseteq$  平面  $A M N$  , 所以  $M N \perp D C$  .